

Chaos en economie

Niet-lineaire dynamica en de gevolgen voor de verwachtingshypothese

*Cars Hommes**

Rede in verkorte vorm uitgesproken op 10 november 1999 bij aanvaarding van het ambt van hoogleraar in de Economische dynamica aan de Universiteit van Amsterdam. De oratie is verschenen in boekvorm als 'Chaos en economie', Vossiuspers Amsterdam University Press, Amsterdam 2000.

Op 13 maart 1998 stond er een alarmerend bericht in de Volkskrant. Met grote letters stond op de voorpagina:

"Planetoïde kan in 2028 tegen de aarde botsen."

Amerikaanse sterrenkundigen hadden een kosmisch rotsblok van ongeveer anderhalve kilometer groot ontdekt, dat over ruim dertig jaar in botsing kan komen met de aarde. De planetoïde zal op donderdag 26 oktober van het jaar 2028 rakelings langs de aarde scheren. Maar omdat de baan niet exact bekend is, kan een inslag niet worden uitgesloten. Bij een inslag worden miljarden tonnen stof de dampkring in geworpen, waardoor de aarde maanden lang koud en donker zal zijn. Dat leidt tot mislukte oogsten, hongersnoden en epidemieën. Komt het rotsblok in zee terecht, dan zullen vloedgolven van honderden meters hoog de aarde overspoelen. Op termijn kan een inslag honderden miljoenen slachtoffers eisen.

De volgende dag volgde er gelukkig een geruststellend bericht. Boven het Volkskrant artikel stond dit keer: *'Planetoïde zal toch aarde niet raken.'*

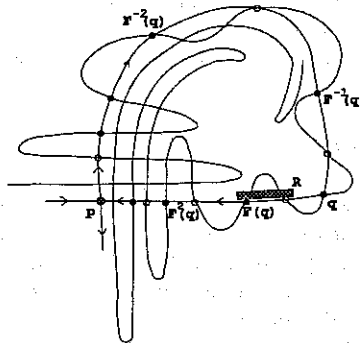
* Graag wil ik Sebastiano Manzan, Joep Sonnemans en Henk van de Velden bedanken voor het maken van een aantal van de figuren bij deze oratie. Mijn speciale dank gaat uit naar Jan Tuinstra en Annelies de Vroom voor hun commentaar op een eerdere versie, en naar Gerwin Griffioen voor zijn assistentie bij de 'plaatjesshow' tijdens het uitspreken van de oratie.

Nieuwe berekeningen op basis van eerder genomen foto's wezen uit dat de planetoïde op 26 oktober 2028 de aarde op een veilige afstand van één miljoen kilometer zal passeren.

Planeten en kometen bewegen zich met de regelmaat van de klok door het heelal. De banen worden beschreven door de gravitatie wetten van Newton en lijken perfect voorspelbaar. Een eventuele botsing van een komeet of planetoïde met de aarde kan door astronomen tientallen jaren van tevoren voorspeld worden.

In de achttiende eeuw leidde het succes van de natuurwetenschappen tot groot optimisme over de toekomst van de wetenschap. Het opsporen van alle natuurwetten werd daarbij als de belangrijkste taak gezien. Als alle natuurwetten eenmaal opgespoord zouden zijn, dan zou de toekomst met grote precisie voorspeld kunnen worden. Volgens dit *Laplaciaans determinisme* is de wereld als een klok die volgens vaste natuurwetten regelmatig voortbeweegt.

Figuur 1: Homokliene vormen van Poincaré



Aan het eind van de vorige eeuw, in 1887, loofde koning Oskar II van Zweden een prijs uit voor het beste opstel over de vraag 'Is ons zonnestelsel stabiel?' De prijs werd gewonnen door de Franse wiskundige Henri Poincaré, met een opstel over het drie-lichamen-probleem, de beweging in een systeem van zon, aarde en maan (Poincaré 1890). Sinds Kepler rond 1600 had ontdekt dat een planeet in een ellipsbaan rond de zon beweegt en de wetten van Newton in de tweede helft van de zeventiende eeuw de theorie daarvoor hadden geleverd, hadden fysici zich twee eeuwen lang het hoofd gebroken over de vraag of de beweging in ons zonnestelsel periodiek is, of dat op lange termijn misschien één van de planeten aan de aantrekkingskracht van de zon zou kunnen ontsnappen. Poincaré kwam in zijn opstel tot een schokkende ontdekking. De beweging van zon, aarde en maan is in het algemeen helemaal niet periodiek, maar kan grillig en

onvoorspelbaar zijn. Poincaré introduceerde het begrip *homokliene baan* en liet zien dat, in de huidige terminologie, elk systeem met een homokliene baan chaotisch is. Figuur 1 laat een computerplaatje van zo'n ingewikkelde homokliene baan zien, en ik citeer een beschrijving van Poincaré¹:

"...een soort traliwerk, door elkaar gevlochten weefsel, een stelsel van mazen dat oneindig dicht in elkaar gegroeid is ... Men zal getroffen zijn door de ingewikkeldheid van deze figuur, die ik zelfs niet probeer te tekenen."

De beweging in een eenvoudig systeem van zon, aarde en maan kan dus zeer gecompliceerd zijn. Het Laplaciaans determinisme begint barsten te vertonen.

Deterministische chaos. Pas de laatste dertig jaar zijn, door de ontdekking van het verschijnsel deterministische chaos, de consequenties van het werk van Poincaré goed in de wetenschap doorgedrongen. *Deterministische chaos*, het lijkt een paradox. Hoe kan iets aan de ene kant deterministisch en dus voorspelbaar, maar aan de andere kant toch chaotisch en dus onvoorspelbaar zijn? Maar de term dekt precies de lading: een eenvoudige, vastliggende niet-lineaire regel met één, twee of drie variabelen kan een grillig en onvoorspelbaar lijkend tijds patroon genereren. Het patroon hangt bovendien zeer gevoelig van de begintoestand af. Een kleine verstoring van die begintoestand leidt tot een patroon dat al snel sterk afwijkt van het oorspronkelijke patroon. Deze *gevoelige afhankelijkheid van beginwaarden* maakt het voorspellen op lange termijn onmogelijk. Dat is een fundamenteel nieuw inzicht, dat door sommigen zelfs de derde wetenschappelijke revolutie van deze eeuw genoemd wordt. Door de ontdekking van het verschijnsel deterministische chaos valt het Laplaciaans wereldbeeld van een perfect voorspelbare wereld in duigen².

Het bekendste voorbeeld van een chaotisch systeem is misschien wel de atmosfeer. Het is dan ook een meteoroloog, Edward Lorenz van het beroemde Amerikaanse Massachusetts Institute of Technology, die het verschijnsel chaos als één der eersten op het spoor komt. Begin jaren zestig onderzoekt hij een sterk vereenvoudigd model voor de atmosfeer, bestaande uit slechts drie differentiaal-vergelijkingen. De tijdspatronen van zijn model zijn zeer grillig en hangen gevoelig van de begintoestand af. Aanvankelijk denkt Lorenz nog dat de gevoelige afhankelijkheid veroorzaakt wordt door een computerstoring, maar dan dringt het tot hem door dat de onvoorspelbaarheid ingebakken zit in zijn eenvoudig niet-lineair systeem. Hij realiseert zich dat het zogenaamde 'vlindereffect' belangrijke consequenties heeft voor weersvoorspellingen. Het fladderen

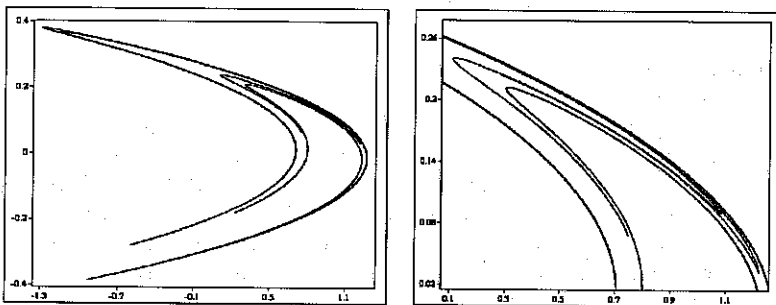
¹ Genoemde citaten van Poincaré zijn ontleend aan F. Verhulst (1990), in: Tennekkes, H. (red.), *De vlinder van Lorenz. De verrassende dynamica van chaos*, Aramith, Bloemendaal.

² Behalve de bundel van artikelen in voetnoot 1, zijn twee andere zeer lezenswaardige boeken over deterministische chaos: Gleick, J., *Chaos. De derde wetenschappelijke revolutie*, Contact, Amsterdam, 1993, en Stewart, I., *Does God play dice?*, Basil Blackwell, New York, 1989.

van een vlinder kan de begintoestand van de atmosfeer een beetje verstoren, met als gevolg een totaal andere weersvoorspelling op een termijn van twee weken. Het artikel van Lorenz (1963) wordt gepubliceerd in de *Journal of Atmospheric Sciences* in 1963, maar het wordt aanvankelijk nauwelijks door vakgenoten gelezen. Het zou nog minstens tien jaar duren voordat de gevolgen van de ontdekking van Lorenz goed doordringen.

Een ander baanbrekend artikel over chaos, daterend uit 1971, is dat van Ruelle en Takens (1971), onder de titel '*On the nature of turbulence*'. Daarin wordt een alternatief scenario voor het ontstaan van turbulentie voorgesteld. Het ontstaan van turbulentie is een verschijnsel dat fysici al decennia lang in hun greep hield, en iedereen van u heeft het verschijnsel wel eens waargenomen, wanneer u bijvoorbeeld een pan met water aan de kook bracht. Ruelle en Takens introduceren het begrip *vreemde aantrekker* als beschrijving van een turbulente toestand, en tonen aan dat een systeem na drie à vier veranderingen of *bifurcaties* kan overgaan van een stabiele naar een turbulente toestand. De op dat moment al enkele decennia heersende Hopf-Landau-theorie ging er van uit dat turbulentie ontstaat door *oneindig* veel veranderingen in het systeem. Het artikel van Ruelle en Takens is technisch van aard, maar ik wil één belangrijke zin citeren: '*An attractor of the type just described can therefore not be thrown away as non-generic pathology.*' Ruelle en Takens wezen er dus al op dat vreemde aantrekkers niet speciaal, maar een algemeen voorkomend verschijnsel zijn.

Figuur 2: De vreemde aantrekker van Hénon, met uitvergroting van de fractale structuur



Met het nieuwe Ruelle-Takens-scenario hadden de fysici twee concurrerende theorieën voor turbulentie. Maar welke was nu de juiste? In een artikel in 1975 beschrijven Gollub en Swinney (1975) een eenvoudig vloeistofexperiment met twee concentrische, draaiende cilinders. Ze laten zien dat indien de draaisnelheid van de binnenste cilinder toeneemt, turbulentie in de vloeistof ontstaat na drie bifurcaties in het systeem. Daarmee was de Hopf-Landau-theorie gefalsifi-

oord, en was een indirect bewijs verkregen dat het theoretische scenario van Ruelle en Takens correct was. In een ander scheikundig experiment van Franse chemici in 1980, werd het bestaan van een vreemde aantrekker experimenteel geverifieerd³. Door de concentratie van één van de stoffen te meten met een vast tijdsinterval en daarvan een drie-dimensionale figuur te maken kon de onderliggende vreemde aantrekker 'gereconstrueerd' worden.

De experimentele bevestiging van de vreemde aantrekkers maakte de chaostheorie tot een belangrijk en algemeen aanvaard principe in de natuurwetenschappen. Het theoretisch onderzoek werd geïntensiveerd, mede gestimuleerd door computersimulaties. Figuur 2 laat computerplaatjes zien van het dynamisch gedrag in een eenvoudig niet-lineaire differentievergelijking met twee variabelen, uit een artikel van Hénon uit 1976. De plaatjes suggereren het bestaan van een vreemde aantrekker, met een fractale lijnenstructuur die zich in uitvergrotingen eindeloos lijkt te herhalen. De lijnenstructuur doet denken aan de homokliene banen van Poincaré. Het zou echter nog vijftien jaar duren voordat wiskundigen er, in het begin van de jaren negentig, in slagen om te bewijzen dat het inderdaad om een echte vreemde aantrekker gaat, en dat de ingewikkelde structuur verklaard kan worden door het ontstaan van steeds meer homokliene banen⁴. Na meer dan een eeuw, vaak moeilijke, wiskunde lijkt de cirkel rond. Chaos en vreemde aantrekkers treden op in alle niet-lineaire modellen waarin homokliene banen ontstaan, en zijn daarom eerder regel dan uitzondering.

Schommelingen op de beurs. Na dit uitstapje in de historie van de niet-lineaire dynamica, wil ik nog een paar eenvoudige krantenberichten bespreken. Dit keer niet over astronomische catastrofes, maar alarmerende berichten over de beurs. Twee jaar geleden, op dinsdag 28 oktober 1997, stond er op de voorpagina van het Financieel Dagblad:

"Effectenbeurs Wall Street keldert ruim 7%."

De Dow Jones-index was op maandag 27 oktober met ruim 550 punten gedaald, de grootste puntendaling in de geschiedenis. Relatief gezien nog niet zo erg als de daling van ruim 20% tien jaar eerder in oktober 1987, maar toch een forse daling waardoor sommige beleggers een kapitaal verloren. Voor het eerst werd tot twee keer toe de handel op Wall Street stilgelegd. De daling werd veroorzaakt door de financiële crisis in Azië die, zo werd gevreesd, een negatief effect op de Amerikaanse bedrijfswinsten zou hebben. Gelukkig stond er ook in dit

³ Zie Roux, Rossi, Bachelart en Vidal (1980).

⁴ Een overzicht van de recente ontwikkelingen in de niet-lineaire dynamica, met relevante referenties, is te vinden in Palis en Takens (1993).

geval de volgende dag alweer een geruststellend bericht in de krant. Op woensdag 29 oktober 1997 stond namelijk op de voorpagina van de Volkskrant:

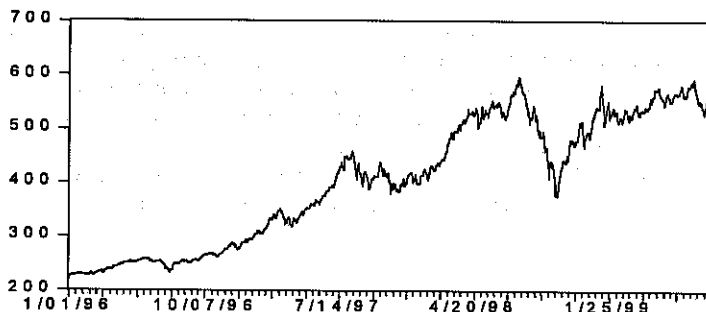
“Beurs New York neemt revanche met grootste stijging ooit.”

De Dow Jones-index was op dinsdag meteen weer met ruim 330 punten gestegen, een relatieve stijging van bijna 5%, bij een recordomzet van meer dan één miljard verhandelde aandelen. De grootste puntendaling ooit werd de volgende dag dus meteen gevolgd door de grootste stijging ooit. De beleggers meenden blijkbaar dat de negatieve effecten van de Azië-crisis op de Amerikaanse beurs minder groot waren dan de aanvankelijke daling van ruim 7% en dat er daarom een correctie naar boven nodig was.

Op het Damrak, hier in Amsterdam, gebeurde in die dagen iets soortgelijks. Figuur 3 toont de koersontwikkeling van de AEX-index, de graadmeter van de Amsterdamse beurs, in de laatste drie jaar. Er is sprake van een opgaande trend, maar het patroon van schommelingen rond die trend lijkt grillig en onvoorspelbaar. De plotselinge dalingen in het najaar van 1997, en ook de ‘mini-crash’ in het najaar van 1998, met een daling van meer dan 30% in drie maanden, zijn duidelijk waarneembaar.

Wat is het verband tussen de berichten over planetoïden die door het heelal scheren en heftige schommelingen op de beurs? De meesten van u zullen reeds vermoeden dat het verband gelegen moet zijn in de wiskundige theorie van de niet-lineaire dynamica of de *chaostheorie*, zoals het in de populair wetenschappelijke literatuur vaak genoemd wordt. Kan een *significant deel* van het grillige patroon in de AEX-beursindex verklaard worden door niet-lineaire economische wetten?

Figuur 3: Het koersverloop van de AEX index, 1 Januari 1996 – 18 augustus 1999



Kritiek op de toepasbaarheid van de chaostheorie in de economie. Er bestaan echter fundamentele verschillen tussen de economische wetenschap en de natuurwetenschappen. De beurs is toch een heel ander systeem dan een vloeistofexperiment of de atmosfeer? Een aantal vooraanstaande vakgenoten heeft zich dan ook zeer kritisch uitgelaten over het toepassen van de chaostheorie in de economie. Ik wil in het algemeen op die kritiek ingaan, en zal dat doen aan de hand van drie concrete voorbeelden, namelijk van een Nederlandse wiskundig econoom, een internationaal bekende econometrist en een anonieme referent.

Ton Vorst (1989) stelde ruim tien jaar geleden in zijn oratie aan de Erasmus Universiteit Rotterdam, als hoogleraar Wiskundige economie, dat het toepassen van de chaostheorie op de economie een *'modeverschijnsel'* zou zijn. Een belangrijke reden daarvoor zou zijn dat onzekerheid in de economie een fundamentele rol speelt, en dat de economie dus nooit te beschrijven is met een niet-lineair, *deterministisch* model waarin het toeval geen enkele rol speelt. Vorst stelde ook dat de chaostheorie alleen een kwalitatieve, en geen kwantitatieve beschrijving van economische data zou kunnen geven.

Een tweede belangrijke empirische criticaster is Clive Granger van de Universiteit van Californië en één van 's werelds bekendste econometristen. In een artikel *'Is Chaotic Economic Theory Relevant for Economics'*, in de Journal of International and Comparative Economics in 1994, bespreekt Granger (1994) een collectie artikelen, net verschenen in het boek *Cycles and Chaos in Economic Equilibrium* onder redactie van Jess Benhabib. Het boek bevat 21 artikelen, waarvan de meeste al eerder gepubliceerd zijn in vooraanstaande economie-tijdschriften. Zeventien artikelen zijn theoretisch van aard, en de overige vier onderzoeken de empirische relevantie van de chaostheorie voor de economie. De theoretische artikelen laten zien dat chaotische conjunctuurgolven op kunnen treden binnen het heersende paradigma van de algemene evenwichtstheorie, met rationele nuts- en winstmaximerende consumenten en producenten. De modellen zijn zeer eenvoudig, meestal te herleiden tot een dynamisch systeem in één variabele, waarbij dan veelvuldig de stelling van Li en Yorke (1975) *'Periode drie impliceert chaos'* wordt toegepast die een eenvoudige voldoende voorwaarde voor chaos geeft. Granger brengt een belangrijk kritiekpunt naar voren.

"The theory does not explain a list of stylized facts derived from actual economies, but just considers what could result from the optimizing behavior of a representative agent. There is virtually no attempt at reality in the theory."

Over de vier empirische bijdragen in het boek merkt Granger op: *'These papers illustrate the difficulty in "testing for chaos".'* Er worden wel niet-lineariteiten gevonden in economische en financiële data, maar het is niet duidelijk waar die

niet-lineariteit precies vandaan komt. In tegenstelling tot het eerder genoemde chemisch experiment, kan het bestaan van chaos en een vreemde aantrekker in economische en financiële data *niet* empirisch aangetoond worden. Granger stelt ook wat nodig zou zijn om een econometrist te overtuigen van de empirische relevantie van de chaostheorie: *'The clearest evidence of chaos would be an extremely high level of short-run forecastability but no examples of this are given.'* Als de beurs chaotisch is, dan moet die op korte termijn ook *voorspelbaar* zijn, maar dat lijkt niet het geval. Granger's conclusie over het toepassen van de chaostheorie in de economie is hard:

"There are so many important actual-economy problems to which researchers of the high quality represented here could be making substantial contributions that I doubt if the benefits outweigh the costs of research in this area."

Ik wil nog een derde criticaster noemen, namelijk één van de twee anonieme referenten van de PIONIER-subsidieaanvraag voor het *Center for Nonlinear Dynamics in Economics and Finance (CeNDEF)*⁵. In de CeNDEF PIONIER-aanvraag worden drie belangrijke thema's onderscheiden: niet-lineaire dynamica, begrensde rationaliteit en heterogeniteit. De laatste twee thema's wijken af van het paradigma van rationele verwachtingen. De referent betwijfelt echter of het CeNDEF-onderzoeksprogramma genoeg discipline oplegt aan de klasse van modellen, en vreest een jungle van niet-lineariteit, begrensde rationaliteit en heterogeniteit. Ook de referent trekt een harde conclusie: *'In my view the social and scientific relevance of research that is closer linked to mainstream research is larger.'*

Het toepassen van de chaostheorie in de economie is dus voor vakgenoten bepaald nog niet onomstreden. Ik ben het *NWO-Gebiedsbestuur Maatschappij-Gedragwetenschappen (MaG)* dan ook buitengewoon erkentelijk voor het toekennen van een PIONIER-subsidie voor het oprichten van CeNDEF, het eerste Nederlandse onderzoeksinstituut voor het toepassen van niet-lineaire dynamica in de economie en de financiering. Ik ben de *Universiteit van Amsterdam*, en in het bijzonder de *Faculteit der Economische Wetenschappen en Econometrie*, buitengewoon erkentelijk voor het instellen van een leerstoel *Economische dynamica* en voor de additionele financiële steun voor CeNDEF. Ik zal alles doen wat in mijn vermogen ligt om eerdergenoemde kritiek te weerleggen, en te laten zien dat uw steun voor CeNDEF en uw in mij gestelde vertrouwen goede investeringen in de economische wetenschap zijn.

In het vervolg van mijn betoog zal ik een beeld schetsen van mijn onderzoek op het terrein van de niet-lineaire economische dynamica, met de nadruk op het

⁵ Het CeNDEF PIONIER voorstel is verkrijgbaar via internet pagina: <http://www.fee.uva.nl/cendef>

CeNDEF-onderzoek van dit moment en van de komende jaren. Ik zal dat beeld schetsen aan de hand van twee eenvoudige standaardmodellen in de economie: het varkenscyclusmodel en, aan het eind van mijn betoog, een model van de beurs. Daarbij zal ik het CeNDEF-onderzoeksprogramma spiegelen aan de eerder genoemde kritiek op het toepassen van de niet-lineaire dynamica in de economie.

De varkenscyclus. Het allereenvoudigste dynamische model in de economie is het zogeheten varkens-cyclusmodel, dat in bijna elke inleiding in de economie terug te vinden is. Het model beschrijft prijsfluctuaties in een markt waarin de producenten te maken hebben met een vaste productietijd. Denk bijvoorbeeld aan de varkensmarkt, waarbij het ongeveer zes maanden duurt voordat een biggetje een varken is geworden. Om de verwachte winst te maximaliseren moet de producent dus een inschatting maken van de prijs in de volgende periode. Hoe moet hij dat doen?

Een eerste gedachte zou kunnen zijn dat de prijs in de volgende periode dezelfde is als de huidige prijs. In de economie wordt dan gesproken van *naïeve prijsverwachtingen*. Wat wordt nu de marktprijs in de volgende periode? We nemen aan dat de vraag van de consument, als functie van de marktprijs, afneemt en dat het aanbod van de producent, als functie van de verwachte prijs, toeneemt. We nemen verder aan dat de markt in elke periode ruimt, doordat de prijs zich aanpast zodat vraag en aanbod in evenwicht zijn. Gegeven dat de producent naïeve prijsverwachtingen heeft, leidt het model tot de bekende varkenscyclus, gekenmerkt door een op en neer gaande prijsbeweging met een hoge prijs in de ene en een lage prijs in de volgende periode.

Er is echter een fundamenteel probleem met de eenvoudige, naïeve voorspelregel. De prijzen van de varkenscyclus zijn *inconsistent* met de naïeve voorspellingen. Immers, een hoge voorspelling van de producent leidt tot een te hoge productie, waardoor de prijs in de volgende periode juist laag is. Omgekeerd leidt een lage voorspelling tot een te lage productie, waardoor de prijs in de volgende periode juist hoog is. Een producent met naïeve verwachtingen maakt dus *systematische voorspelfouten*. Deze situatie is niet optimaal, en een verstandige producent zou niet vast blijven houden aan de naïeve voorspelregel, maar van zijn fouten leren en de regel aanpassen.

Wat is de optimale voorspelregel voor de producent? De ideale situatie treedt op als de producent *rationele verwachtingen* heeft, waarbij de voorspelregel wordt bepaald door de economische theorie. Bij rationele verwachtingen is het submodel van verwachtingen *identiek* aan het model zelf. Rationele producenten maken geen systematische voorspelfouten, en hun voorspellingen zijn gemiddeld genomen correct en optimaal, gegeven de beschikbare informatie. Een belangrijk kenmerk van het varkenscyclusmodel is dat er een *uniek rationele-*

verwachtingen-evenwicht is, dat precies gelijk is aan de prijs waar vraag en aanbod elkaar snijden.

Begrensd rationaliteit. De rationele-verwachtingenhypothese werd geïntroduceerd in een bekend *Econometrica*-artikel van John Muth in 1961. Muth (1961) formuleert de fundamentele bezwaren tegen naïeve prijsverwachtingen en andere eenvoudige voorspelregels als volgt:

"...if expectations were not moderately rational there would be opportunities for economists to make profits in commodity speculation, running a firm, or selling the information to present owners."

Opvallend in dit citaat is dat Muth spreekt van *'moderately rational'*. Voor Muth hoeft de voorspelregel blijkbaar niet perfect te zijn, maar is het ook acceptabel als de voorspelregel *'redelijk'* rationeel is.

Het rationele-verwachtingen-evenwicht wordt berekend met behulp van de evenwichtsvergelijkingen. Rationele agenten moeten dus de vergelijkingen van het model kennen om hun prijsvoorspelling af te leiden. Het is belangrijk op te merken dat die afleiding *expliciet* eigenlijk alleen mogelijk is als het model lineair is. De rationele-verwachtingenhypothese is dan ook nauw verbonden met een *lineaire wereld*, en werd geïntroduceerd in een tijd toen het verschijnsel chaos nog onbekend was.

De aanname dat rationele agenten het model kennen en daaruit hun voorspelling afleiden, is de laatste jaren aan sterke kritiek onderhevig en er lijkt in de economie een paradigmatische verandering op te treden naar *begrensd rationaliteit*⁶. Bij *begrensd rationaliteit* wordt ervan uitgegaan dat de agenten het model *niet* kennen maar, net als econometristen, voorspellen op basis van tijdreeks-observaties waarbij de regel voortdurend aangepast wordt als er nieuwe observaties beschikbaar komen. Bij het onderzoek naar *begrensd rationaliteit* dreigt wel een belangrijk probleem: de zogeheten *'jungle van de irrationaliteit'*. Of zoals de Amerikanen dat zo mooi zeggen: *'There is only one way you can be right but there are many ways you can be wrong.'* Rationele verwachtingen leggen de voorspelregel eenduidig vast, terwijl het bij een *'foute'* voorspelregel niet duidelijk is welke consistentie tussen voorspellingen en realisaties opgelegd moet worden. De chaostheorie biedt daarbij belangrijke nieuwe inzichten. In een niet-lineaire wereld kan het gebruik van eenvoudige voorspelregels leiden tot nieuwe evenwichten die, in de woorden van Muth, *'redelijk'* rationeel, of in de huidige terminologie *'begrensd rationeel'* genoemd kunnen worden. In

⁶ Voor een bijzonder stimulerend overzicht van de discussie zie bijvoorbeeld de twee recente boeken van Tom Sargent: Sargent, T.J., *Bounded rationality in macroeconomics*, Clarendon Press, Oxford, 1993, en Sargent, T.J., *The conquest of American inflation*, MIT Press, 1999.

mijn betoog zal ik een aantal van die begrensde rationele, chaotische evenwichten bespreken.

Laten we even teruggaan naar het varkenscyclusmodel en aannemen dat de aanbodscurve niet-lineair en stijgend is, en dat de producenten *adaptieve prijsverwachtingen* hebben, waarbij de voorspelling steeds met een constante factor in de richting van de laatste observatie wordt aangepast. In het eerste hoofdstuk van mijn proefschrift uit 1991 heb ik aangetoond dat in het niet-lineaire varkenscyclus-model met adaptieve verwachtingen chaotische prijsfluctuaties optreden⁷. De adaptieve voorspelling is weliswaar niet perfect, maar de bijbehorende voorspel-fouten zijn een stuk kleiner dan die van de naïeve voorspelregel. Bovendien zijn de voorspelfouten chaotisch, en dus niet systematisch, of in elk geval is de fouten-structuur minder eenvoudig te ontrafelen dan bij de varkenscyclus. Is dit chaotische evenwicht 'begrensd rationeel', of zou een slimme producent op basis van de geobserveerde prijzen zijn voorspellingen nog kunnen verbeteren?

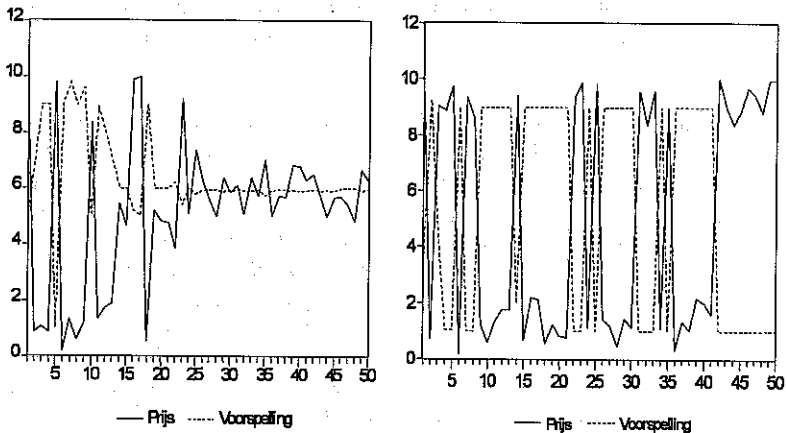
Als de producent econometrie gestudeerd heeft, kan hij zijn voorspelling eenvoudig verbeteren. Er blijkt namelijk sterk negatieve autocorrelatie in de chaotische prijzen te zitten. Anders gezegd, als de prijs vandaag boven het gemiddelde ligt, is het waarschijnlijk dat de prijs morgen onder het gemiddelde ligt. Deze regelmaat is ook voor een niet-econometrist op basis van observaties van de prijzen te achterhalen en kan gebruikt worden om de voorspelling te verbeteren. In een gezamenlijk artikel met Gerhard Sorger van de Universiteit van Wenen hebben we aangetoond dat, indien het aanbod stijgend en de vraag dalend is, het rationele-verwachtingen-evenwicht het enige evenwicht is waarbij er geen autocorrelatie-structuur meer in de voorspelfouten zit (Hommes en Sorger 1998). Een producent die zijn voorspelling baseert op de gemiddelde prijs en anticipeert op een op en neer gaande schommeling, kan dus enkel op basis van tijdreeksobservaties het rationele-verwachtingen-evenwicht leren, tenminste in theorie.

Individuele experimenten. Kunnen individuen in de praktijk het unieke rationele-verwachtingen-evenwicht ook leren aan de hand van observaties van marktprijzen? Om die vraag te onderzoeken heb ik, in samenwerking met mijn CeNDEF-collega's Joep Sonnemans, Jan Tuinstra en Henk van de Velden, een aantal experimenten over het vormen van verwachtingen in het CREED-laboratorium van onze faculteit gedaan. Ik zal in de loop van mijn betoog een aantal van deze experimenten beschrijven, om te beginnen de individuele exper-

⁷ Hommes, C.H., *Chaotic dynamics in economic models. Some simple case-studies*, Groningen Theses in Economics, Management & Organization, Wolters-Noordhoff, Groningen, 1991. Op basis van het eerste hoofdstuk zijn twee publicaties verschenen: Hommes (1991) en Hommes (1994).

rimenten; zie Hommes, Sonnemans en Van de Velden (1998). De deelnemers worden achter een computer gezet om prijzen te voorspellen, waarbij de verdiensten hoger zijn naarmate de voorspellingen beter zijn. De marktprijzen die tot stand komen worden berekend door de computer, op basis van een varkenscyclusmodel met prijsverwachtingen van de deelnemers. De deelnemers kennen het model niet, en moeten de prijzen dus voorspellen op basis van de tijdreeksen van alle voorgaande marktprijzen en voorspellingen.

Figuur 4: Twee individuele experimenten. In het eerste experiment (links) convergeren de voorspellingen naar rationele verwachtingen. In het tweede experiment (rechts) worden gedurende 50 perioden grote voorspelfouten gemaakt



Figuur 4 laat twee van de individuele experimenten zien, waarbij de stippellijn de voorspelling en de getrokken lijn de marktprijs weergeeft. In de linker figuur vinden in de eerste 25 perioden grote prijschommelingen plaats, maar in de laatste 25 perioden ligt de prijs dichtbij het evenwicht, met kleine schommelingen die veroorzaakt worden door een ruïsterm die aan het model was toegevoegd. Dit individu blijkt dus in staat het rationele-verwachtingen-evenwicht te leren. In de rechter figuur blijven de prijzen gedurende het hele experiment van 50 perioden heftig op en neer schommelen. De deelnemer blijft grote voorspelfouten maken, en lijkt niet in staat het evenwicht te leren. Ongeveer één derde van alle deelnemers is, net als in de linker figuur, in staat binnen 50 perioden het rationele-verwachtingen-evenwicht te leren. Bijna twee derde van de deelnemers is, net als in de rechter figuur, *niet* in staat het evenwicht te leren. Deze deelnemers blijven grote, vaak systematische voorspelfouten maken, die leiden tot een verhoogde prijsvolatiliteit, dat wil zeggen een grotere beweeglijkheid van de prijzen dan onder rationele verwachtingen.

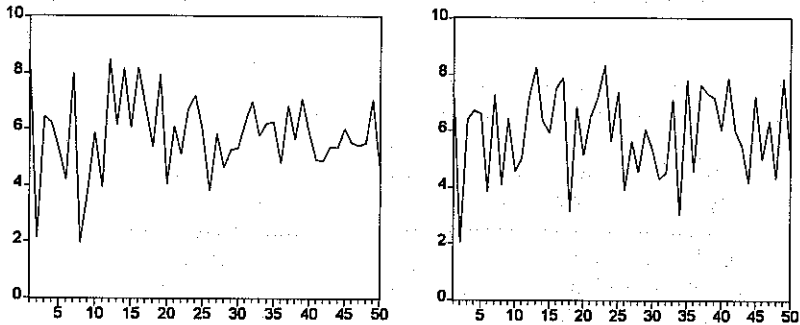
Heterogeniteit. Tot nu toe zijn we er stilzwijgend van uitgegaan dat alle producenten in het varkenscyclusmodel dezelfde verwachtingen hebben. Dat lijkt niet erg realistisch en daarom wil ik nu de rol van heterogene verwachtingen bespreken, waarbij individuen verschillende opvattingen omtrent de toekomst hebben.

We verdelen de producenten in twee groepen met twee verschillende strategieën om de prijs te voorspellen, die we aan zullen duiden met rationale respectievelijk naïeve strategieën. De rationale producenten kennen de wetten van vraag en aanbod, en realiseren zich bovendien dat de prijs wordt bepaald door de aanwezigheid van zowel rationale als naïeve producenten. De rationale producenten staan model voor ondernemers die gebruik maken van geavanceerd markt-onderzoek om prijzen te voorspellen. Voor het gebruik van die geavanceerde methoden dienen wel informatiekosten betaald te worden. De andere groep, de naïeve producenten, nemen de moeite niet om marktonderzoek te doen, maar gebruiken een eenvoudige vuistregel om de prijs te voorspellen. Aan het gebruik van de vuistregel zijn geen kosten verbonden.

Welke voorspelregel of strategie kunnen de producenten nu het beste kiezen? In een *Econometrica*-artikel uit 1997, geschreven in samenwerking met mijn Amerikaanse vriend en collega William Brock van de Universiteit van Wisconsin, wordt een *evolutionair model* voorgesteld, waarbij de strategieën geselecteerd worden op basis van het succes in het verleden (Brock en Hommes 1997). De fracties van rationale en naïeve agenten zijn dus niet constant, maar variëren in de tijd, waarbij betere strategieën meer aanhangers krijgen. De producenten zijn begrensd rationale agenten die niet domweg dezelfde strategie blijven gebruiken maar zondig van regel veranderen en de strategieën voortdurend evalueren op basis van gerealiseerde winsten. De 'jungle van irrationele voorspelregels' wordt dus beperkt door het evolutionaire principe van '*survival of the fittest*'.

De evolutionaire markt blijkt alle kenmerken van een chaotisch systeem te vertonen, met de gevoelige afhankelijkheid van startwaarden van Lorenz en de vreemde aantrekkers van Hénon. De chaotische prijsschommelingen worden gekenmerkt door twee fasen. In de eerste fase ligt de prijs dichtbij het evenwicht en gebruiken de meeste producenten de eenvoudige strategie, waardoor de markt destabiliseert. In de tweede fase is sprake van grote prijsschommelingen, waardoor veel producenten overstappen op de geavanceerde strategie en de markt stabiliseert. Beide fasen wisselen elkaar onregelmatig af. De meer dan een eeuw geleden door Poincaré geïntroduceerde homokliene banen blijken de drijvende krachten achter de chaotische evolutionaire dynamica en zorgen voor zowel een destabiliserend effect dichtbij het evenwicht als een stabiliserende effect ver weg van het evenwicht.

Figuur 5: Twee groepsexperimenten. In het eerste experiment (links) convergeert de prijs naar het rationele verwachtingen evenwicht. In het tweede experiment (rechts) is sprake van verhoogde prijsvolatiliteit



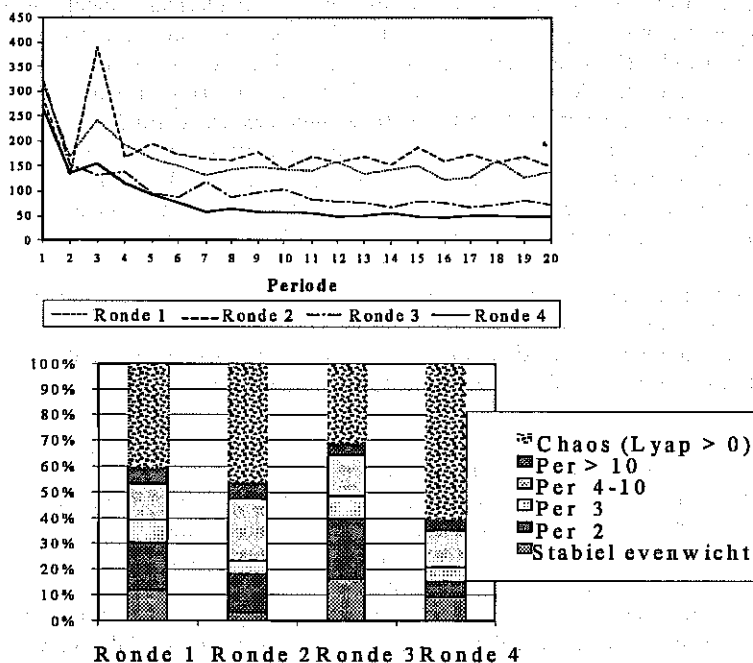
Het is belangrijk op te merken dat, vanwege de informatiekosten, de rationele producenten *niet* in staat zijn om de naïeve producenten uit de markt te drijven. Heterogeniteit en evolutionaire competitie tussen eenvoudige en geavanceerde, maar ook dure, strategieën leiden tot marktinstabiliteit en een begrensd rationeel, chaotisch evenwicht.

Groepsexperimenten. Ook in onze varkenscyclusexperimenten hebben we de rol van heterogeniteit onderzocht. In de groepsexperimenten wordt de marktprijs bepaald door de voorspellingen van alle deelnemers uit een groep van zes⁸. Belangrijke vraag daarbij is of in een heterogene markt de prijs naar het unieke rationele-verwachtingen-evenwicht zal convergeren. Figuur 5 toont de marktprijzen, in twee van de groepsexperimenten. In alle groepsexperimenten lag de gemiddelde marktprijs dichtbij de (onbekende) rationele-verwachtingen-prijs van 5,9. In de experimenten was dus *geen* sprake van systematische onder- of overwaardering en werden de prijzen gemiddeld genomen dus goed voorspeld. De vraagcurve in het experiment bevat een storingsterm, zodat onder rationele verwachtingen de prijzen verwachting 5,9 en variantie $\frac{1}{2}$ hebben. In de linker tijdreeks lijkt de amplitude van de prijschommelingen af te nemen. De steekproefvariantie neemt af van ruim 3 in de eerste 25 perioden naar 0,65 in de laatste 25 perioden, dus dichtbij de variantie $\frac{1}{2}$ onder rationele verwachtingen. Je zou dus kunnen zeggen dat het linker groepsexperiment naar rationele verwachtingen convergeert. In de rechter figuur lijkt de amplitude van de prijschommelingen echter *niet* af te nemen. De steekproefvariantie in de laatste 25 perioden is 2, dus vier keer zo groot als de variantie onder rationele verwachtingen. In de heterogene experimentele markt lijkt dus sprake van een verhoogde prijsvolatiliteit. De prijschommelingen zijn onregelmatig en worden blij-

⁸ Hommes, Sonnemans en Van de Velden (1999).

baar versterkt door het gebruik van verschillende eenvoudige voorspelregels. In vier andere groepsexperimenten vinden we vergelijkbare resultaten.

Figuur 6: Een strategie experiment van vier rondes. De afstand tot het rationale verwachtingen evenwicht neemt per ronde af. Tegelijkertijd neemt echter de fractie van chaotische prijsfluctuaties per ronde toe



Een laatste groepsexperiment dat ik wil beschrijven, is een zogeheten *strategie-experiment*⁹. Het experiment werd begin dit jaar uitgevoerd met ruim twintig econometriestudenten. Aan de studenten werd gevraagd om een strategie te formuleren om de prijs te voorspellen. Alle strategieën werden geprogrammeerd en namen deel aan computersimulaties van een varkenscyclusmodel met de voorspellingen van een combinatie van zes strategieën. Aan het eind van elke ronde werd de strategie met de kleinste gemiddelde voorspelfout beloond met een geldprijs. Daarna konden de studenten een nieuwe, eventueel aangepaste strategie inleveren, die dan aan de volgende ronde van de computermarkt deelnam. Er werden vier rondes gespeeld. Een belangrijke doelstelling van het strategie-experiment was om na te gaan hoe vaak de computermarkt zou con-

⁹ Sonnemans, Hommes, Tuinstra en Van de Velden (1999).

vergeren naar het unieke rationele-verwachtingen-evenwicht, en of dat percentage door ervaring per ronde zou toenemen.

De tijdreeks in figuur 6 geeft voor elk van de vier ronden de gemiddelde afstand tot het rationele-verwachtingen-evenwicht over twintig perioden. In de derde ronde (gele grafiek) en de vierde ronde (onderste, groene grafiek) is de gemiddelde afstand tot het evenwicht duidelijk kleiner dan in de eerste twee ronden. Meer ervaring leidt er dus inderdaad toe dat de computermarkt dichterbij het evenwicht komt. De prijzen blijven echter fluctueren en convergeren *niet* naar het evenwicht. De frequentieverdeling in figuur 6 laat, voor elk van de vier ronden, zien hoe vaak de prijs naar het evenwicht convergeert, naar een periodieke oplossing convergeert of chaotisch is. In de vierde en laatste ronde convergeert minder dan 10% (het onderste blokje) van alle simulaties naar het evenwicht en zijn meer dan 60% (het bovenste, gespikkelde blok) van alle simulaties chaotisch. De strategieën zijn blijkbaar wel in staat dichterbij het evenwicht te komen, maar de fluctuaties rond het evenwicht worden steeds grilliger.

Samenvattend kan gezegd worden dat de experimenten aantonen dat, in het allereenvoudigste dynamische model in de economie, convergentie naar het unieke rationele-verwachtingen-evenwicht niet gegarandeerd is en dat er een begrensd rationeel, chaotisch evenwicht met verhoogde prijsvolatiliteit kan ontstaan.

Marktpsychologie op de beurs. In het laatste deel van mijn betoog wil ik de aandacht richten op een wereld die spannender, maar ook ingewikkelder is dan een varkensmarkt, namelijk de wereld van financiële markten. Worden de dagelijkse schommelingen op de beurs alleen veroorzaakt door 'nieuws' over de onderliggende 'economische fundamentals', zoals rente, bedrijfswinsten, dividenden en economische groei, of leidt 'markt-psychologie' van de beleggers tot een verhoogde volatiliteit, dat wil zeggen een grotere beweeglijkheid van de koersen?

De meningen met betrekking tot deze vraag lopen sterk uiteen, en lijken af te hangen van de achtergrond van degene aan wie de vraag wordt voorgelegd. Van mensen uit de financiële praktijk, en soms ook van journalisten, krijg ik vaak te horen dat het toch 'evident' is dat de 'psychologie van de markt' de koersschommelingen versterkt. Laat ik ter illustratie daarvan nog een krantenbericht citeren van eind oktober 1997, de roerige tijd van de Azië-crisis. Op donderdag 23 oktober 1997 daalde de AEX-index met bijna 4%, die dag de grootste daling van een beursindex in Europa. Het Financieel Dagblad schreef daarover op 24 oktober:

"Volgens handelaren in Amsterdam is de daling op het Damrak puur een kwestie van psychologie. De crisis in Zuidoost-Azië heeft vrijwel geen invloed op de fundamentele omstandigheden voor de economie in West-Europa."

Economen daarentegen lijken niet overtuigd van de rol van marktpsychologie. Marktpsychologie is *inconsistent* met rationele verwachtingen en de daarmee verbonden efficiënte markthypothese. Een veel gehoord argument, dat teruggaat tot Friedman (1953) en Fama (1965) in de jaren vijftig en zestig, is dat 'irrationele' beleggers die hun strategie baseren op koerspatronen of marktpsychologie systematisch *lagere* winsten zullen behalen dan rationele beleggers, die hun strategie uitsluitend baseren op economische fundamentals. De 'irrationele' beleggers zullen dan ook vanzelf uit de markt verdreven worden door de rationele beleggers, zo is de redenering.

Toch zijn er economen die menen dat speculatie en marktpsychologie de beurskoersen wel degelijk beïnvloeden. Een bekend voorbeeld is Robert Shiller van de Yale-universiteit, die in een bekend artikel in de *American Economic Review* uit 1981¹⁰ claimde dat de volatiliteit of beweeglijkheid van de Amerikaanse S&P 500-beursindex, over een periode van meer dan honderd jaar, vele malen groter was dan de volatiliteit van de onderliggende fundamentals, de inkomsten uit de dividenden van de betrokken aandelen. Shiller verrichtte ook enquête-onderzoek onder beleggers in de week na de beurskrach van oktober 1987. Door tweederde van de respondenten werd 'marktpsychologie' als belangrijker oorzaak gezien dan veranderingen in onderliggende fundamentals. Veel beleggers waren van mening dat de aandelen vóór de crash overgewaardeerd waren. Was er vóór de crash sprake van een speculatieve zeepbel?

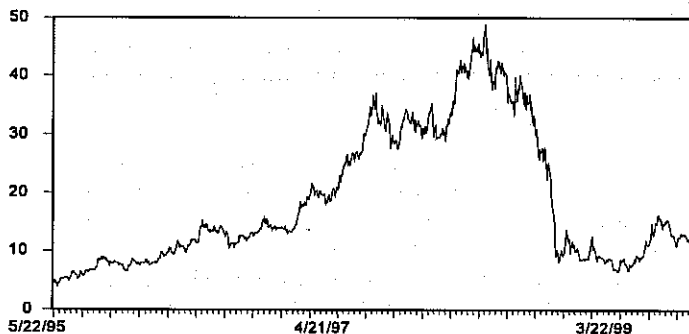
Er zijn vele historische voorbeelden van speculatieve 'zeepbellen'. Eén van de oudste en beroemdste is de *'tulpenbollen-manie'* in de zeventiende eeuw, hier in Amsterdam¹¹. Tulpen waren in die tijd de meest populaire bloemsoort en tulpenbollen werden gezien als een goede investering. In het begin van 1636 begon de prijs snel te stijgen en sommige soorten werden in korte tijd een factor twintig duurder. Op het hoogtepunt werden voor bijzondere soorten prijzen betaald van enkele duizenden guldens per bol, hetgeen nu neerkomt op prijzen tot één ton per tulpenbol. Aan het eind van 1636 begonnen de prijzen te dalen, en stortte de prijs tenslotte volledig in waardoor veel handelaren failliet gingen. Als u denkt dat dergelijke koerspatronen tegenwoordig in de professionele beleggingswereld uitgesloten zijn, dan heeft u het mis. Figuur 7 toont de koers van het aandeel van softwarebedrijf Baan op de Amsterdamse beurs. Het pa-

¹⁰ Shiller (1981). Een collectie van gerelateerde artikelen is te vinden in: Shiller, R.J., *Market volatility*, MIT Press, Cambridge, 1989.

¹¹ Historische voorbeelden van speculatieve zeepbellen zijn te vinden in Kindleberger (1996), en ook in het Nederlands, in Van Ginneken (1993).

troon lijkt verdacht veel op het zeventiende-eeuwse voorbeeld van de tulpenbollen. De koers stijgt van ongeveer 5 euro, op moment van introductie in mei 1995, tot bijna 50 euro op het hoogtepunt in april 1998, een vertienvoudiging dus, om vervolgens binnen een paar maanden in te storten naar een niveau van ongeveer 8 euro.

Figuur 7: Het koersverloop van het aandeel Baan op de Amsterdamse beurs, 22 mei 1995 – 16 september 1999



Bij al deze voorbeelden is toch duidelijk sprake van een zeepbel, dus wat valt er nog te bewijzen, zult u misschien denken. Toch is enige voorzichtigheid bij die conclusie geboden, omdat er wellicht fundamentele economische oorzaken zijn die het koerspatroon geheel of gedeeltelijk kunnen verklaren¹². De fundamentele prijs van het aandeel, dat wil zeggen de prijs op basis van de verwachte toekomstige inkomsten, zal in het algemeen niet constant zijn, maar variëren in de tijd. Bij genoemde voorbeelden is sprake van een nieuwe groeiemarkt, een nieuw soort tulpenbollen of een Nederlands softwarebedrijf. Die nieuwe groeiemarkt biedt investeringsmogelijkheden die op termijn mogelijk een zeer hoog rendement kunnen geven. De verwachting is dus dat de toekomstige inkomsten fors zullen toenemen, en daarom neemt ook de fundamentele prijs toe. Als na verloop van tijd de bedrijfsresultaten tegenvallen, dan neemt de verwachting van de toekomstige inkomsten, en daarmee de fundamentele prijs weer af. De fundamentele prijs van tulpenbollen en van het aandeel Baan zal dus eerst toenemen en vervolgens weer afnemen, en lijkt dus op het echte koerspatroon. Alleen als de stijging en de daling in de marktprijs significant sterker zijn dan die in de fundamentele prijs is er sprake van een speculatieve zeepbel en een verhoogde prijsvolatiliteit.

¹² Sommige economen proberen zelfs een zuiver rationele verklaring van de 'zeepbellen' te geven op basis van economische fundamentals; zie bijvoorbeeld Garber (1990).

Ook bij het onderzoek van Shiller van de Amerikaanse S&P 500-index, over een lange periode, zijn de fundamentele omstandigheden van de economie natuurlijk niet constant. Een belangrijke veranderende variabele is bijvoorbeeld de rente, waardoor ook de fundamentele prijs van aandelen varieert. De controverse of 'marktpsychologie' wel of niet tot verhoogde prijsvolatiliteit leidt is voor een belangrijk deel terug te voeren tot problemen met betrekking tot het meten van de veranderende fundamentele prijs.

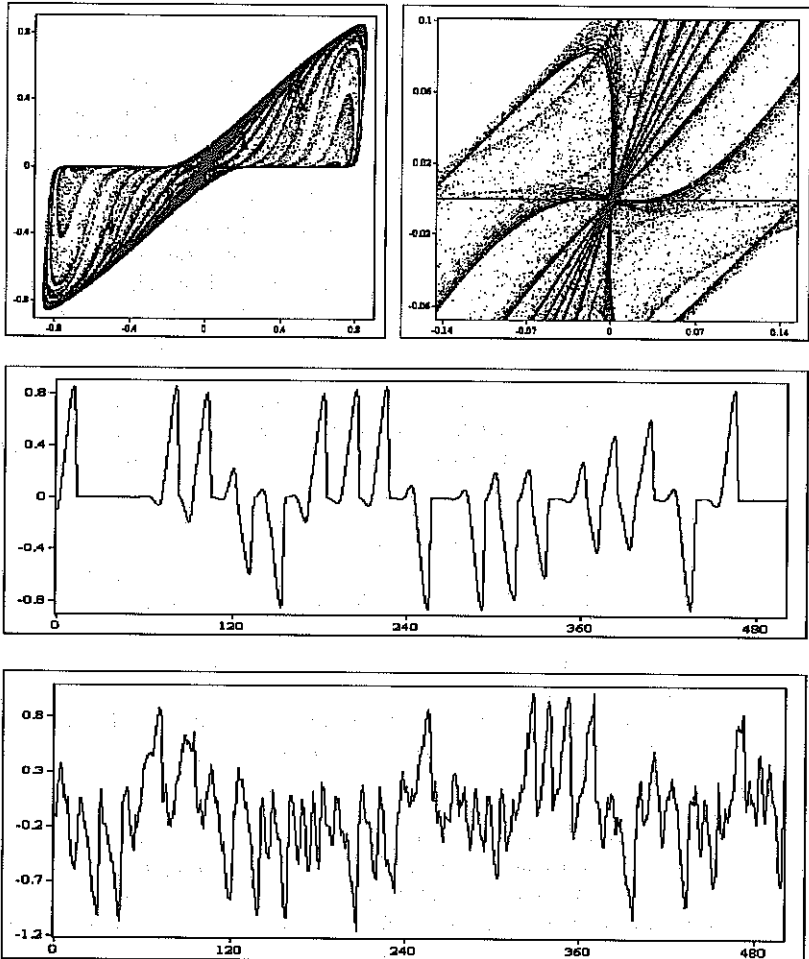
Een evolutionaire financiële markt. Wat is nu een goed model voor koersschommelingen op de beurs? Een model waarin alle beleggers rationeel zijn of een model waarin irrationele beleggers zich laten leiden door de stemming op de beurs? In mijn recente artikel in de *Journal of Economic Dynamics and Control*, wederom in samenwerking met William Brock, wordt een compromis tussen deze twee extremen voorgesteld; zie Brock en Hommes (1998). Een financiële markt wordt gezien als een evolutionaire competitie tussen begrensd rationele beleggings-strategieën. Het evolutionaire model is in feite een uitbreiding van één van de standaardmodellen in de financiering, het *contante-waarde-model*, dat ik eerst kort zal schetsen. Agenten kunnen hun geld op twee manieren beleggen. Het eerste alternatief is een belegging zonder risico, bijvoorbeeld een belegging in obligaties, met een vast rendement. Het tweede alternatief is een belegging in aandelen, waarbij het verwachte rendement weliswaar hoger is, maar ook het risico van de belegging hoger is omdat het rendement onzeker is.

Wat wordt nu de prijs van een aandeel? In een wereld waar de markt efficiënt is en waar *alle* handelaren rationeel zijn, wordt de prijs van het aandeel volledig bepaald door de 'economische fundamentals', in dit geval de onzekere toekomstige inkomstenstroom in de vorm van de bij de aandelen horende dividend-uitbetalingen. Rationele beleggers maken een juiste inschatting van de verwachte inkomsten-stroom, en de prijs van het aandeel is dan precies gelijk aan de verdisconteerde waarde van alle verwachte toekomstige dividenden. Die prijs wordt het rationele-verwachtingen-evenwicht of de '*fundamentele prijs*' genoemd.

In vergelijking met het varkenscyclusmodel is er echter een belangrijke complicatie. Het rationele-verwachtingen-evenwicht is *niet* eenduidig, omdat er zogenaamde 'zeepbel-oplossingen' optreden, waarbij de prijs van het aandeel afwijkt van de fundamentele prijs en exponentieel groeit met het risicovrije rendement. Als alle handelaren in de 'zeepbel' geloven, dan leidt dat tot een '*self-fulfilling prophecy*', waarbij de voorspellingen precies uitkomen. De constante fundamentele prijs is echter de *enige* oplossing die niet 'explodeert', en zolang alle beleggers *rationeel* zijn en zich realiseren dat de aandelenprijs niet tot in de

hemel kan doorgroeien, is er niets aan de hand en is de enige juiste prijs van het aandeel de fundamentele prijs¹³.

Figuur 8: Een vreemde aantrekker in het evolutionaire financiële marktmodel, met chaotische koersfluctuaties zonder ruis en met ruis



¹³ In de economie wordt dit probleem opgelost door een 'transversaliteitsconditie' of 'eindconditie' op te leggen, waardoor onbegrensde exponentieel groeiende oplossingen worden uitgesloten; zie bijvoorbeeld Cuthbertson (1996).

In een heterogene wereld, waarin de koers bepaald wordt door duizenden verschillende meningen, ligt dat echter totaal anders. Daar kan een opwaartse trend in de koersen aanhouden, zolang het aantal beleggers dat in de trend gelooft maar groot genoeg is. Ter illustratie wil ik het klassieke voorbeeld van Keynes' *beauty contest* uit de jaren dertig noemen. Keynes vergeleek de beurs met het voorspellen van de winnaar van een schoonheidswedstrijd. Objectieve schoonheid is daarbij niet de belangrijkste maatstaf, maar het is veel belangrijker een goede inschatting te maken van de gemiddelde opvattingen over schoonheid. In de woorden van Keynes (1936, p.157):

"...to guess better than the crowd how the crowd will behave ..."

In het evolutionaire financiële-marktmodel wordt onderscheid gemaakt tussen twee belangrijke, ook in de financiële praktijk veel voorkomende typen beleggers: de fundamentalisten en de technische analisten. De fundamentalisten geloven dat de prijs van het aandeel volledig bepaald wordt door de onderliggende economische fundamentals. De technische analisten daarentegen kijken niet naar economische fundamentals, maar speuren naar historische patronen in de koersen, bijvoorbeeld een trend, en proberen die patronen te extrapoleren. In de evolutionaire financiële markt variëren de fracties van de verschillende groepen in de tijd, op basis van het succes van de beleggingsstrategieën in het verleden. Hoe hoger de gerealiseerde winsten, hoe meer aanhangers de beleggingsstrategie krijgt.

De evolutionaire financiële markt is een niet-lineair systeem, en figuur 8 laat zien dat er vreemde aantrekkers optreden, met grillige en onvoorspelbare koersen en rendementen. De koers ligt soms dichtbij de fundamentele waarde, dan weer daarboven of daaronder, even een trend volgend die weer plotseling eindigt met een forse prijsdaling of stijging. De onderste tijdreeks in figuur 8 is verkregen door een (kleine) dynamische storingsterm aan het model toe te voegen, en laat zien dat het moeilijk is om het koerspatroon nauwkeurig te voorspellen. Het blijkt vooral lastig om te voorspellen wanneer een trend begint en wanneer het omslagpunt bereikt wordt. De eenvoudige niet-lineaire evolutionaire wetten genereren dus eenzelfde soort complexiteit en onvoorspelbaarheid die ook op de echte beurs optreden. Koersveranderingen worden in eerste instantie veroorzaakt door de storingstermen, die 'nieuws' over economische fundamentals representeren. Kleine veranderingen in onderliggende fundamentals worden echter versterkt door evolutionaire krachten en kunnen tot grote veranderingen in de koersen leiden.

Wie halen nu de beste beleggingsresultaten, de fundamentalisten of de technische analisten? In het evolutionaire model wisselen succes en falen van de beleggingsstrategieën elkaar af. De gemiddelde winsten van de fundamentalisten blijken *niet* hoger dan die van de technische analisten, en dat geldt zelfs als er

geen informatiekosten voor de fundamentalisten zijn. Het veelgehoorde argument van Friedman en Fama dat 'rationele' fundamentalisten de 'irrationele' technische analisten uit de markt zullen verdrijven blijkt dus *onjuist*. De technische analisten zijn ook niet 'irrationeel', maar begrensd rationeel, aangezien de beleggings-strategieën geselecteerd worden op basis van gerealiseerde winsten.

Volatiliteitclustering. Ik heb u in het kort een eenvoudige theorie van de beurs geschetst. Wat is de empirische relevantie van die theorie? Ik heb al gezegd dat de koerspatronen van de modellen *kwalitatief* lijken op echte beurskoersen, met onvoorspelbare, elkaar afwisselende, op en neergaande trends. Ik wil de empirische relevantie ook *kwantitatief* maken, en daarbij terugkomen op de kritiek van Granger en anderen, dat een economische theorie in elk geval de 'stylized facts', de belangrijkste karakteristieken van de data zou moeten beschrijven. Laat ik vier belangrijke *karakteristieken* van financiële data noemen in termen van de correlatiestructuur:

1. Aandelenkoersen zijn grillig en onvoorspelbaar, en vertonen persistentie, met een positieve, langzaam afnemende autocorrelatiestructuur.
2. Aandelenrendementen zijn moeilijk te voorspellen en vertonen geen of nauwelijks autocorrelatiestructuur. Het is moeilijk om een betere voorspelling te vinden dan het steekproefgemiddelde.
3. Veel financiële koersen vertonen *volatiliteitclustering*, waarbij rustige periodes op de beurs afgewisseld worden met turbulente perioden met heftige koersschommelingen. De gekwadeerde rendementen hebben een positieve, afnemende autocorrelatiestructuur.
4. Een hoge volatiliteit gaat meestal gepaard met een groot aantal transacties. Er is positieve kruiscorrelatie tussen de volatiliteit en het handelsvolume op de beurs.

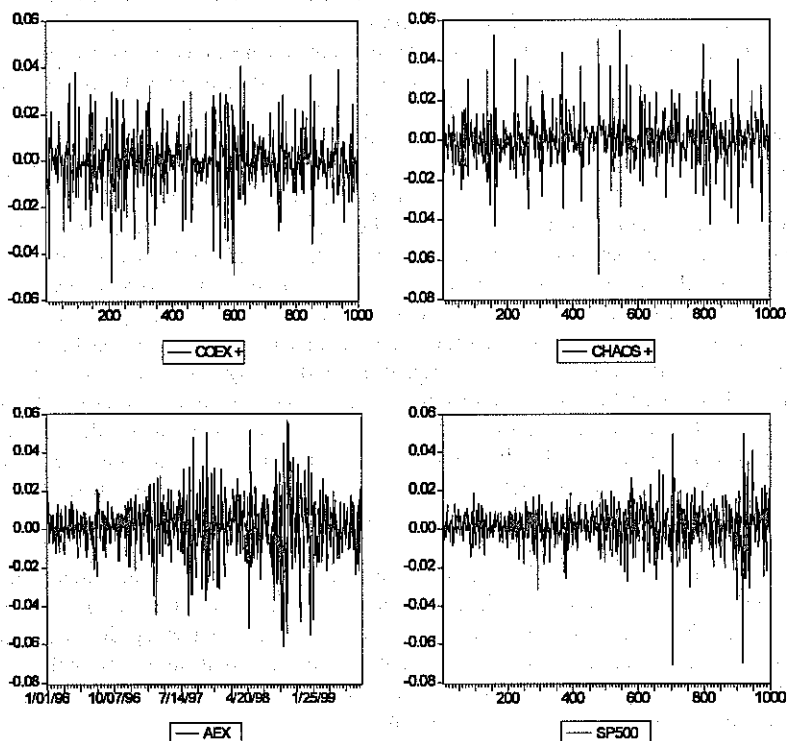
Een niet-lineair, chaotisch systeem kan in principe elk van deze karakteristieken verklaren, omdat het elk gegeven lineair autocorrelatiepatroon kan genereren. De kunst is dus om een niet-lineair evolutionair model van de beurs te bouwen dat tegelijkertijd alle karakteristieken van zowel de prijzen, de rendementen als het handelsvolume verklaart. We willen eigenlijk nog een stap verder gaan, namelijk dat het model ook *robuust* is tegen ruis. Als we aan het model storingstermen toevoegen, die bijvoorbeeld de onzekerheid omtrent economische fundamentals beschrijven, dan moeten de karakteristieken behouden blijven.

De evolutionaire modellen vertonen in elk geval de eerste twee karakteristieken¹⁴. De chaotische koersen vertonen persistentie, terwijl tegelijkertijd de cha-

¹⁴ Zie: Brock, W.A. en Hommes, C.H., 'Models of complexity in economics and finance', In: Heij, C. et al. (red.), *System dynamics in economic and financial models*, John Wiley & Sons,

otische rendementen niet of nauwelijks autocorrelaties vertonen. De vierde karakteristiek, het positieve verband tussen volatiliteit en handelsvolume, hebben we nog nauwelijks onderzocht. Ik vermoed echter dat deze karakteristiek wel in de evolutionaire modellen zal optreden, aangezien de handel tussen de verschillende groepen beleggers het grootst is op momenten dat de koers een grote sprong maakt. Toekomstig onderzoek moet uitwijzen of dat vermoeden juist is.

Figuur 9: Volatiliteitclustering van rendementen in het niet-lineaire evolutionair model, door coexistentie van aantrekkers (linksboven) en door vreemde aantrekker (rechtsboven). Volatiliteitclustering in de rendementen van de AEX index en van de S&P 500 index.



Met betrekking tot de belangrijke derde karakteristiek, de volatiliteitclustering, wil ik nog enkele recente onderzoeksresultaten bespreken, verkregen in samenwerking met Andrea Gaunersdorfer van de Universiteit van Wenen; zie Gau-

1997, waarin koersen en rendementen van het evolutionaire model vergeleken worden met maandelijkse IBM-koersen en rendementen.

nersdorfer en Hommes (1999). Bij deze uitbreiding van het model zijn beide beleggingsstrategieën iets flexibeler geworden. De fundamentalisten denken dat de koers niet altijd exact gelijk is aan de fundamentele prijs, maar zich in de richting van de fundamentele waarde aanpast. De technische analisten staren zich niet volledig blind op hun favoriete voorspelregel, maar conditioneren hun regel op de afwijking van de koers van de fundamentele prijs. Als de koers 'te hoog' wordt stellen ze hun voorspelling van de opwaartse trend naar beneden bij. Figuur 9 laat zien dat deze uitbreiding van het evolutionaire model volatiliteitclustering genereert die overeenkomt met de volatiliteitclustering in de rendementen van de AEX-index en de Amerikaanse S&P 500-index.

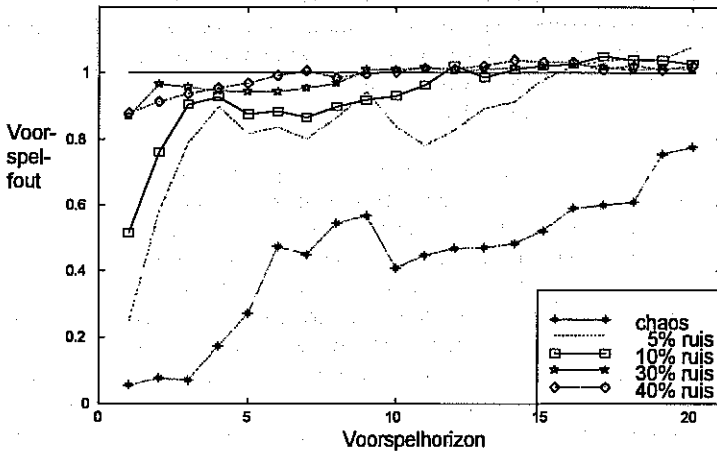
De volatiliteitclustering wordt veroorzaakt door twee verschijnselen, die vaak in niet-lineaire modellen optreden: *intermittantie* en *coëxistentie* van aantrekkers. Intermittantie is het verschijnsel waarbij een chaotische tijdreeks wordt gekenmerkt door een onregelmatige afwisseling tussen verschillende fasen, in ons geval tussen een rustige fase waarin de prijs dicht bij het evenwicht ligt en een periodieke fase, waarin de prijzen met grote amplitude op en neer schommelen. Het tweede verschijnsel, coëxistentie van een stabiel evenwicht en een stabiele periodieke oplossing, treedt ook op in het evolutionaire model. Het langetermijngedrag hangt in dat geval van de begintoestand af. Wanneer er nu storingstermen aan het model worden toegevoegd, worden de koersschommelingen gekarakteriseerd door een onregelmatige afwisseling tussen perioden waarin de markt gedomineerd wordt door fundamentalisten en de prijs dicht bij het evenwicht ligt, en perioden waarin de technische analisten de markt domineren en de prijzen langs op en neergaande trends heftig op en neer schommelen. In beide gevallen, bij de intermittantie en de coëxistentie van aantrekkers, vertonen de autocorrelatiepatronen van zowel de rendementen als de gekwadeerde rendementen dezelfde structuur als in financiële koersen. De niet-lineaire evolutionaire interactie van heterogene beleggingsstrategieën leidt dus tot volatiliteitclustering, zoals we die ook in echte beurskoersen waarnemen.

Grenzen aan de voorspelbaarheid. Kunnen de niet-lineaire evolutionaire modellen gebruikt worden om de koersen beter te voorspellen, of liever nog om er economisch significante winsten mee te behalen? Het is een vraag die me in de loop der jaren vaak gesteld is. Als onze niet-lineaire evolutionaire modellen de beurs goed benaderen, dan zijn er echter fundamentele grenzen aan de voorspelbaarheid en ik wil twee daarvan noemen.

De eerste heeft te maken met het feit dat de koers van een aandeel bepaald wordt door de verwachtingen van alle beleggers tezamen. Om de koers te voorspellen moet dus een goede inschatting van 'de stemming op de beurs' gemaakt worden. Je zou eigenlijk van alle beleggers moeten weten welke strategie hij of zij aanhangt. Maar het lijkt welhaast een onmogelijke opgave om, in de woorden van Keynes, te voorspellen *'what average opinion expects average opinion*

to be'. Daar komt nog bij dat de omslagpunten van 'de stemming op de beurs' mede bepaald worden door 'nieuws over economische fundamentals', dat per definitie onvoorspelbaar is.

Figuur 10: Voorspelfouten van 'dichtsbijzjnde buren' methode, voor chaotische rendementen bij verschillende ruisniveau's. Als het ruisniveau toeneemt nemen de voorspelfouten ook toe. Bij een ruisniveau van 30-40% zijn de voorspellingen nauwelijks beter dan die van het steekproefgemiddelde.



Een tweede fundamentele reden is het feit dat het voorspellen van niet-lineaire systemen zeer gevoelig is voor ruis. Een bekende techniek waarmee een onbekend chaotisch systeem in principe goed voorspeld kan worden is de 'dichtsbijzjnde-buren'-methode, waarbij gezocht wordt naar patronen in het verleden die bijna identiek zijn aan het meest recente patroon. Figuur 10 is gemaakt door Sebastiano Manzan, één van onze CeNDEF-promovendi, en illustreert de voorspellingen van de chaotische koersrendementen met de dichtsbijzjnde-buren-methode. Op de horizontale as is de voorspelhorizon uitgezet en op de verticale as de (genormaliseerde) voorspelfout. Hoe lager de grafiek, hoe beter de voorspelling. De bovenste, horizontale lijn in de grafiek ter hoogte van één geeft de voorspelfout bij een voorspelling door het steekproefgemiddelde. Dat zou optimaal zijn als de tijdreeks stochastisch is, en puur van het toeval afhangt. De onderste grafiek correspondeert met de dichtsbijzjnde-buren-voorspelling voor de chaotische rendementen van het evolutionaire beursmodel. Als de beurs een deterministisch chaotisch systeem is, dan geeft deze methode dus een veel betere voorspelling van de koersrendementen, waarmee grote winsten behaald

kunnen worden. De andere grafieken geven de voorspelresultaten van de dichtstbijzijnde-buren-methode met hetzelfde model, maar nu inclusief dynamische storingstermen. De figuur laat zien dat indien het ruisniveau toeneemt de grafieken omhoog schuiven en de voorspel-fouten dus toenemen. Bij een ruisniveau van 40% is de dichtst-bijzijnde-buren-voorspelling nauwelijks beter dan het steekproefgemiddelde. Als het ruisniveau toeneemt, dan neemt de voorspelbaarheid, ook op korte termijn, dus snel af en verdwijnt de winstgevendheid van de dichtstbijzijnde-buren-methode.

Voor sommigen van u is dit misschien een teleurstellend resultaat, maar de grenzen aan de voorspelbaarheid, ook op korte termijn, zitten ingebakken in het niet-lineaire evolutionaire systeem en komen overeen met de realiteit van de beurs. Het feit dat echte beurskoersen op korte termijn niet of nauwelijks voorspelbaar zijn betekent in elk geval *niet* dat de nulhypothese van een chaosmodel met ruis verworpen kan worden.

Chaos en economie. Aan het eind van mijn betoog wil ik een korte balans opmaken. Is het toepassen van de chaostheorie in de economie een modeverschijnsel? Ik denk het niet. In een niet-lineaire wereld zijn chaos en vreemde aantrekkers eerder regel dan uitzondering. De econoom kan er eigenlijk maar op één manier omheen: door zich altijd te beperken tot lineaire systemen. Maar de economie en de beurs zijn niet-lineair. Begrensd rationaliteit en heterogeniteit zijn natuurlijke niet-lineariteiten. De evolutionaire competitie tussen beleggingsstrategieën op de beurs is, net als het meer dan een eeuw geleden door Poincaré bestudeerde systeem van drie hemellichamen, een natuurlijke omgeving voor homokliene banen, chaos, vreemde aantrekkers, gevoelige afhankelijkheid en beperkte voorspelbaarheid. Onzekerheid speelt natuurlijk een fundamentele rol in de economie. Daarom is het belangrijk de invloed van ruis op niet-lineaire systemen nauwkeurig in kaart te brengen. De 'stylized facts', de empirische karakteristieken, moeten als leidraad dienen bij het bouwen van eenvoudige niet-lineaire modellen die een significant deel van de complexiteit en grilligheid in de economie en op de beurs kunnen verklaren. Een nieuw paradigma van een heterogene markt met een grote variëteit aan begrensde rationale agenten sluit perfect aan bij de 'revolutie' van de niet-lineaire dynamica. Het onderzoeken van de rol van niet-lineariteit in de economie is nog maar net begonnen. Het wordt, denk ik, de economische dynamica van de eenentwintigste eeuw.

Leidt 'marktpsychologie' tot een verhoogde prijsvolatiliteit op de beurs? Het is een vraag die, in de tijd van globalisering van financiële markten en beleggen via internet, van groot maatschappelijk belang is. Als de beurs aan stemmingen onderhevig is, dan kan een economische crisis zoals die in Zuidoost-Azië grote gevolgen hebben voor de economie en de financiële markten in de Verenigde Staten en West-Europa. In theorie kan de evolutionaire competitie tussen hete-

roge, begrensd rationele agenten tot afwijkingen van de fundamentele koers en tot een verhoogde prijsvolatiliteit leiden. Toekomstig experimenteel en empirisch onderzoek moet uitwijzen of die afwijking van de fundamentele koers en de verhoogde prijs-volatiliteit statistisch en economisch significant zijn. In ons CeNDEF PIONIER-project zullen we de komende jaren proberen het wetenschappelijk bewijs daarvoor te leveren. Ik hoop u in de toekomst meer daarover te kunnen berichten.

Literatuur

- Brock, W.A. en C.H. Hommes, 1997, 'Models of complexity in economics and finance', In: C. Heij et al. (red.), *System dynamics in economic and financial models*, John Wiley & Sons
- Brock, W.A. en C.H. Hommes, 1997, 'A rational route to randomness', *Econometrica*, 65, 1059-1095
- Brock, W.A. en C.H. Hommes, 1998, 'Heterogeneous beliefs and routes to chaos in a simple asset pricing model', *Journal of Economic Dynamics and Control*, 22, 1238-1274
- Cuthbertson, K., 1996, *Quantitative financial economics*, Wiley, Chichester
- Fama, E.F., 1965, 'The behavior of stock market prices', *Journal of Business*, 38, 34-105
- Friedman, M., 1953, 'The case for flexible exchange rates', In: *Essays in positive economics*, Chicago University Press, Chicago
- Garber, P.M., 1990, 'Famous first bubbles', *Journal of Economic Perspectives*, 4, 35-54
- Gaunersdorfer, A. en C.H. Hommes, 1999, 'A nonlinear structural model for volatility clustering', *CeNDEF working paper*, University of Amsterdam, oktober 1999
- Ginneken, J. van, 1993, *Rages en crashes. Over de onvoorspelbaarheid van de economie*, Aramith Uitgevers, Bloemendaal
- Gleick, J., 1993, *Chaos. De derde wetenschappelijke revolutie*, Contact, Amsterdam
- Gollub, J.P. en H.L. Swinney, 1975, 'Onset of turbulence in a rotating fluid', *Physical Review Letters*, 35, 927-930
- Granger, C.W.J., 1994, 'Is chaotic economic theory relevant for economics? A review article of: Jess Benhabib: Cycles and chaos in economic equilibrium', *Journal of International and Comparative Economics*, 3, 139-145
- Hénon, M., 1976, 'A two-dimensional mapping with a strange attractor', *Communications in Mathematical Physics*, 50, 69-77
- Hommes, C.H., 1991, *Chaotic dynamics in economic models. Some simple case-studies*, Groningen Theses in Economics, Management & Organization, Wolters-Noordhoff, Groningen

- Hommes, C.H., 1991, 'Adaptive learning and roads to chaos. The case of the cobweb', *Economics Letters*, 36, 127-132
- Hommes, C.H., 1994, 'Dynamics of the cobweb model with adaptive expectations and nonlinear supply and demand', *Journal of Economic Behavior & Organization*, 24, 315-335
- Hommes, C.H., 2000, 'Chaos en economie', *Vossiuspers*, Amsterdam University Press, Amsterdam
- Hommes, C.H. en G. Sorger, 1998, 'Consistent expectations equilibria', *Macroeconomic Dynamics*, 2, 287-321
- Hommes, C.H., J. Sonnemans en H. van de Velden, 1998, 'Expectation formation in a cobweb economy: some one person experiments', *CeNDEF working paper 2*
- Hommes, C.H., J. Sonnemans, en H. van de Velden, 1999, 'Expectations driven price volatility in an experimental cobweb economy', *CeNDEF working paper 3*
- Keynes, J.M., 1936, *The general theory of employment, interest and money*, MacMillan, London
- Kindleberger, C.P., 1996, *Manias, panics and crashes. A history of financial crises*, Third Edition, Basic Books, Li, T. en J.A. Yorke, 1975, 'Period three implies chaos', *American Mathematical Monthly*, 82, 985-992
- Lorenz, E.N., 1963, 'Deterministic nonperiodic flow', *Journal of Atmospheric Sciences*, 20, 130-141
- Muth, J.F., 1961, 'Rational expectations and the theory of price movements', *Econometrica*, 29, 315-335
- Palis, J en F. Takens, 1993, *Hyperbolicity and sensitive chaotic dynamics at homoclinic bifurcations*, Cambridge University Press, Cambridge
- Poincaré, H., 1890, 'Sur le problème des trois corps et les equations de la dynamique' (Mémoire couronné du prise de S.M. le roi Oscar II de Suède), *Acta Mathematica* 13, 1-270
- Roux, J.C., A. Rossi, S. Bachelart en C. Vidal, 1980, 'Representation of a strange attractor from an experimental study of chemical turbulence', *Physics Letters* 77A, 391-393
- Ruelle, D. en F. Takens, 1971, 'On the nature of turbulence', *Communications in Mathematical Physics*, 20, 167-192
- Sargent, T.J., 1993, *Bounded rationality in macroeconomics*, Clarendon Press, Oxford
- Sargent, T.J., 1999, *The conquest of American inflation*, MIT Press
- Shiller, R.J., 1981, 'Do stock prices move too much to be justified by subsequent changes in dividends?', *American Economic Review*, 71, 421-435
- Shiller, R.J., 1989, *Market volatility*, MIT Press, Cambridge
- Sonnemans, J., C.H. Hommes, J. Tuinstra en H. van de Velden, 1999, 'The instability of a heterogeneous cobweb economy: a strategy experiment in expectation formation', *CeNDEF working paper 4*
- Stewart, I., 1989, *Does God play dice?*, Basil Blackwell, New York

Verhulst, F., 1990, 'De historische route naar chaos', In: Tennekes, H. (red.), *De vlinder van Lorenz. De verrassende dynamica van chaos*, Aramith, Bloemendaal

Vorst, A.C.F., 1989, *Economie, onzekerheid en wiskunde*, oratie Erasmus Universiteit Rotterdam, 11 mei 1989