

Het was niet de bedoeling: Algemeen evenwicht, Banach-ruimten en Europees mededingingsbeleid¹

A. Heertje

Dit artikel is een verkorte versie van de rede uitgesproken op woensdag 3 mei 2006 ter gelegenheid van het afscheid als bijzonder hoogleraar aan de faculteit der Economische Wetenschappen en Econometrie aan de Universiteit van Amsterdam. De auteur schetst een abstracte, wiskundige structuur als uitgangspunt voor een bespreking van de theorie van het algemeen evenwicht en voor een analyse van Pareto-optimaliteit in uiteenlopende situaties. Vervolgens slaat hij een brug naar het Europese mededingingsbeleid. Hij verdedigt daarbij de hypothese dat mevrouw Neelie Kroes, de Europese commissaris voor de mededinging, Pareto-optimaliteit tot exclusieve norm voor haar beleid heeft verheven. (van de redactie)

Denkbeelden van economen, zowel incidentele bespiegelingen als grootscheepse beschouwingen, weerspiegelen in de regel het tijdsbeeld waaraan zij ontspruiten. De indrukwekkende typering van de dynamiek van het kapitalisme door Karl Marx (1818-1883) is nauw verbonden met

¹ De volledige tekst van de afscheidsrede Het was niet de bedoeling: algemeen evenwicht, Banach-ruimten en Europees mededingingsbeleid van prof. dr. A. Heertje is uitgegeven door Vossiuspers UvA / Amsterdam University Press, Amsterdam 2006, ISBN: 978 90 5629 424 3. De volledige versie zal door de schrijver ter beschikking gesteld worden na aanvraag op het volgende e-mailadres, joab@heertje.nl, onder vermelding van het postadres van de bestemming. De schrijver dankt prof. dr. R.A. Hirschfeld voor zijn kritische begeleiding van de wiskundige uiteenzettingen van dit afscheidscollege.

de opkomst van grootschalige industrie en de technische ontwikkeling in zijn tijd (Marx, 1867). De theorie van John Maynard Keynes (1883-1946) over de conjuncturele werkgelegenheid staat niet los van de depressie van de jaren dertig van de vorige eeuw (Keynes, 1936). Het theoretische werk van Jan Tinbergen (1903-1994) is een aaneenschakeling van een verbond met brandende maatschappelijke vraagstukken. De uitwerking van de speltheorie door John von Neumann en Oskar Morgenstern in 1944 wortelt in de betekenis van onvolkomen concurrentie, in het bijzonder oligopolie, in het economisch leven van die dagen (Von Neumann en Morgenstern, 1944).

Niet altijd volgt het vormen van de theorie op het waarnemen van de werkelijkheid. Soms worden theorieën ontwikkeld, vruchten van abstracte beeldvorming, die niet zelden ver vooruitlopen op empirische inhoud. Theoretische constructies waarvan hun architecten tijdens hun leven verguizing en vergetelheid en eerst lang na hun aardse bestaan eeuwige roem vergaren. De natuurkundige, wiskundige en filosoof Antoine-Augustin Cournot (1801-1877) schreef in 1838 een geschrift over het prijsmechanisme, waarin voor het eerst in de geschiedenis van de economie wiskundige analyse verantwoord werd toegepast. In de hoogtijdagen van de literaire economie over grote aantallen machteloze consumenten en concurrenten, vastgelegd in de lijvige handboeken van Adam Smith (1723-1790), (Smith, 1776), David Ricardo (1772-1823), (Ricardo, 1817), John Stuart Mill (1806-1873) (Mill, 1848) en Alfred Marshall (1842-1924) (Marshall, 1890), schreef Cournot in 1838 zijn *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses* van 198 bladzijden, door hemzelf aangeduid als 'mon opuscule' (Cournot, 1913, p. 162) en in een brief aan Léon Walras van 3 september 1873, zelfs als "... ma plaquette de 1838" (Jaffé, 1965, I, p. 332). Daarin laat hij op de prijsvorming bij monopolie, één aanbieder op de markt, zoals het een wiskundige betaamt, de prijstheorie van het homogeen duopolie, twee aanbieders van in de ogen van de consument identieke goederen, volgen. Een in zijn tijd volstrekt hypothetische marktform, zonder enige historische vertakking. De afleiding van het evenwicht in deze gecompliceerde situatie van interactie tussen twee producenten, berustend op zijn kennis van de

mechanica,² wordt eerst honderd jaar later herontdekt, ook al komt het geval van homogeen oligopolie in de werkelijkheid nog steeds niet voor. Het evenwicht in de theorie van de niet-coöperatieve spelen van John Nash uit 1951 is niettemin een generalisatie van het Cournot-evenwicht (Nash, 1951). Sindsdien bevestigt de stabiliteit van het Nash-evenwicht dat Cournot in 1838 in abstracto en onbedoeld de beste invulling aan zijn beschrijving van het marktevenwicht gaf (Cournot, 1838). De in de geschiedenis van de economische wetenschap steeds weer opklinkende klaagliederen over de onaanvaardbaarheid van het toepassen van de wiskunde op de economie, onderschrijf ik dan ook niet (Velupillai, 2005).

1 Algemeen evenwicht

De kern van de theorie van het algemene evenwicht, het idee van een samenhangend stelsel van markten, waarop vele consumenten en vele producenten zonder macht zorg dragen voor de symmetrie van vraag en aanbod van goederen, wordt al aangetroffen in de historisch getinte uiteenzettingen van Adam Smith. De formalisering van het tot stand komen van evenwichtsprijzen op alle markten van goederen, diensten en productiefactoren, wordt in het voetspoor van Isnard³ (1748-1803) (Isnard, 1781), honderd jaar later, geboden door Léon Walras (1834-

2 Cournot is in 1829 gepromoveerd op een proefschrift over de mechanica van vaste lichamen in een plat vlak (Cournot, 1829). In de promotiecommissie zaten S.A. Poisson (1781-1840), J.L. Gay-Lussac (1778-1850) en A.L. Cauchy (1789-1857). Behalve met deze geleerden werd Cournot in het Parijs van die dagen beïnvloed door tijdgenoten als N.H. Abel (1802-1829), A.M. Ampère (1775-1836), F. Arago (1786-1855), J.B. Biot (1774-1862), S. Carnot (1796-1832), P.G.L. Dirichlet (1805-1859), J. Fourier (1768-1830), E. Galois (1811-1832), C.F. Gauss (1777-1851), J.N.P. Hachette (1769-1834), J.L. Lagrange (1736-1813), P.S. Laplace (1749-1827), G. Monge (1746-1818), H.C. Oersted (1777-1851), L. Poinsot (1777-1859) en B. Riemann (1826-1866). Een indrukwekkende verzameling personen, van wie Cournot verscheidene leden persoonlijk heeft gekend.

3 Over het leven en het werk van Achilles Nicolas Isnard is onlangs een diepgravende studie verschenen van Richard van den Berg, die door eigen archiefonderzoek veel gegevens over Isnard beschikbaar heeft gemaakt (Van den Berg, 2006). Hij plaatst de invloed van Isnard op Léon Walras in een breder kader door Isnard te vergelijken met François Quesnay (1694-1774).

1910) (Walras, 1874). Hij leidt expliciet vraagfuncties af uit het maximaliseren van nutsfuncties onder de randvoorwaarden van gegeven inkomen en gegeven prijzen door consumenten en aanbodfuncties uit het maximaliseren van winst onder de randvoorwaarden van gegeven prijzen van productiemiddelen en van gegeven technologie door producenten. Zijn weergave in de vorm van een simultaan stelsel van vergelijkingen wordt analytisch verbeterd door John von Neumann (Von Neumann, 1937), Abraham Wald (Wald, 1936), Kenneth Arrow (Arrow en Debreu, 1954), Gérard Debreu (Debreu, 1959), Frank Hahn (Arrow en Hahn, 1971), Robert Aumann (Aumann, 1964) en Werner Hildenbrand (Hildenbrand, 1973). Door het hanteren van geavanceerde wiskunde zoals dekpuntstellingen,⁴ is onder soms strikte voorwaarden, de existentie, de eenduidigheid en de stabiliteit van een algemeen evenwicht gewaarborgd. De theorie is uitgebreid met de analyse van onzekerheid, incomplete en ontbrekende markten, financiële activa, de locatie en het daten van goederen.

Zonder fundamentele kritiek is de theorie van het algemeen evenwicht niet gebleven. De werkelijkheid is veeleer gekenmerkt door machtige ondernemers dan door grote aantallen, kleinschalige, machteloze producenten. De theorie van de strategische spelen heeft zich over-

4 In de algemene evenwichtstheorie worden dekpuntstellingen uit de wiskunde gehanteerd om de existentie van een evenwicht te bewijzen. De grote Nederlandse wiskundige L.E.J. Brouwer (1881-1966) publiceerde in 1912 de volgende stelling. Als A een compacte, convexe deelverzameling is van een euclidische ruimte en f is een continue afbeelding van A in zichzelf, dan is er een element x van A , zodat $x = f(x)$. Eenvoudig gezegd is er één punt dat in de transformatie op zijn plaats blijft. Dat punt correspondeert met een in de economie aanvaardbare evenwichtoplossing van een model met als finale vergelijking $x - f(x) = 0$. Een eenvoudig keynesiaans model is hiervan een voorbeeld. Immers, $C + I = F(Y)$, $C + I = Y$, $Y^* = Y$ volgt uit $F(Y) = Y$. In de economie worden thans generalisaties van de dekpuntstelling van Brouwer, waarbij A een deelverzameling is van een Banach-ruimte, veelvuldig toegepast (Border, 1985; Stokey en Lucas, 1989, pp. 500-541; Mas-Colell, Whinston en Green, 1995, pp. 952-954).

wegend als een zelfstandig object van studie ontwikkeld.⁵ In het bijzonder Joseph Stiglitz heeft zich sterk gemaakt voor het inzicht dat het ontbreken van volledige informatie, de allocatie, de prijsvorming op en de werking van de markten, wezenlijk beïnvloedt (Stiglitz, 2003).

Donald Walker, niet alleen een groot kenner van het werk van Walras, maar ook een analyticus van formaat, verlangt van de algemene evenwichtstheorie dat deze 'functioning models' oplevert, 'rich in significant detail, with institutions, technologies, rules and regulations, firms and households, other participants of various types, financial institutions, ways of doing business, and the other important elements that go into the making of markets and their interrelationships' (Walker, 1997, p. 142). In zijn visie kunnen markten moeiteloos in een toestand van onevenwichtigheid verkeren (Walker, 1996, p. 350 e.v.).

Op de kritiek heeft de economische wetenschap gereageerd met een verscheidenheid aan modellen, verfijningen van analyse en – in het verlengde van de theorie – aan econometrisch onderzoek omtrent de feitelijke werking van markten. De economische wetenschap is gefragmenteerd, er is diepgaand onderzoek op deelgebieden, vele beoefenaars zijn daarop subjectief origineel en laven zich aan elkaars niet geringe verdiensten. Het ontbreken van overzicht blokkeert echter het inzicht in de eenheid van de theorie en maakt de afstand tot de topklaag van beleidsmakers groter.

2 Paretiaanse welvaartstheorie

Hoewel de economische wetenschap zich heeft verwijderd van het denkbeeld van Adam Smith, dat aan zijn voorstelling van het marktme-

5 Economische theorie is tegenwoordig in hoge mate speltheorie. Nash-evenwichten wijken in het algemeen af van Pareto-optimaliteit. Veelal zijn zachte of harde vormen van coördinatie nodig om vanuit een Nash-evenwicht een Pareto-verbetering te bewerkstelligen. Dit theoretisch inzicht heeft ingrijpende economisch-politieke betekenis, bijvoorbeeld in de sfeer van het mededingingsbeleid, indien de spelers van het spel oligopolisten zijn. Na de aanvankelijke aarzelingen in de jaren zestig heeft de speltheorie een enorme vlucht genomen met vele verfijningen omtrent onvolledige informatie, evolutionaire veranderingen en geavanceerde toepassing op besluitvorming en recht, waarin spelers leren. Recentelijk worden pogingen gedaan de speltheorie te verbinden met de theorie van het algemeen evenwicht.

chanisme normatieve, dus nastrevenswaardige betekenis toekomt, zijn er velen, die de welvaartstheorie – indien daarvan op de hoogte – opvatten als het normatieve complement van de economische theorie. De meeste beoefenaren van de economische wetenschap gaan zelfs zover de Pareto-optimaliteit in de paretiaanse welvaartstheorie, de situatie waarin algemeen evenwicht ook inhoudt dat geen consument in welvaart vooruit kan gaan, zonder dat ten minste één andere consument in welvaart achteruitgaat, als een norm voor de economische politiek op te vatten.⁶ Zoals door de leermeester van de verzameling van verstandige economen in Nederland, Pieter Hennipman (1911-1994) overtuigend is aangetoond, is hier sprake van een methodologisch misverstand, in de hand gewerkt door de terminologie en door het verwarren van economische analyse met ethische oordelen.⁷ De paretiaanse welvaartstheorie verbindt de subjectieve en formele welvaart, die consumenten ontleen aan het bevredigen van behoeften, met de allocatie van de goederen. Het is een allocatietheorie die bij wijze van definitie verwijst naar een technisch bereikbare allocatie, met de eigenschap dat elke consument het nut maximeert dat aan zijn goederencombinatie wordt ontleend, gegeven het nutsniveau van de andere consumenten. Daar de paretiaanse welvaartstheorie de welvaart van de burgers uitsluitend beschouwt uit het oogpunt van hun individuele voorkeuren als consumenten, houdt in die gedachtegang een Pareto-optimum ook optimale maatschappelijke welvaart in. Bij een andere inkomensverdeling hoort een andere Pareto-optimale allocatie. Pareto-optimaliteit is onafhankelijk van de inkomensverdeling en van de institutionele vormgeving van het allocatiemechanisme. Alleen al deze vaststelling onderstreept het hennipmaniaanse inzicht dat het om een 'analytical tool' gaat (Hennipman, 1995, p. 95).

6 Een voorbeeld van een aanhanger van deze misvatting is Mark Blaug (Blaug, 1980). Van het negatieve oordeel van Blaug over de Formalist Revolution neem ik nadrukkelijk afstand (Blaug, 2003).

7 In een discussie met Blaug heeft Hennipman diens misvattingen uitvoerig blootgelegd (Hennipman, 1995, pp. 124-157).

3 Banach-ruimten

Het verbeteren van de theorie van het algemeen evenwicht door het achtereenvolgens verwerken van empirische observaties is een natuurlijke en begaanbare weg. Toch is ook een tegengestelde beweging denkbaar, gelegen in het hanteren van een abstracte structuur, waartoe de wiskunde het gereedschap aanreikt. Het zoeken naar eenheid in verscheidenheid heeft in de wiskunde al bijna honderd jaar geleden vorm gekregen door niet alleen afzonderlijke functionele betrekkingen doch ook families van functies te bestuderen.

In de functionaalanalyse staan punten in een vectorruimte voor een schier onafzienbare reeks van wiskundige interpretaties, zoals rijtjes getallen, allerhande functies en maten. Er zijn geen beperkingen voor het aantal dimensies. Op de vectorruimte wordt een functie gedefinieerd naar de niet-negatieve getallen – de norm –, die de lineaire structuur weerspiegelt. Hierdoor wordt de vectorruimte genormeerd. Als van een rij punten in de genormeerde vectorruimte de norm van de verschillen tussen de oplopende vectoren steeds kleiner wordt, spreken we van een Cauchy-rij, zo genoemd naar de wiskundige die naast Poisson (1781-1840) in 1829 optrad als promotor van Cournot. Als elke Cauchy-rij in de genormeerde vectorruimte convergeert naar een punt in de lineaire ruimte, is deze compleet. Een complete, genormeerde vectorruimte is een Banach-ruimte, zo genoemd naar de Poolse wiskundige Stefan Banach⁸ (1892-1945). Overeenkomstig het oogmerk van de wiskunde is sprake van een abstracte, rijke, robuuste en bovenal eenvoudige structuur, die uiteenlopende toepassingen kent. Zo heeft Von Neumann zijn uiteenzetting van de kwantummechanica gebaseerd op Hilbert-ruimten, speciale Banach-ruimten waarin de normering voortvloeit uit een inproduct (Von Neumann, 1932).

We trekken ons niets aan van de economische werkelijkheid om ons heen, als we veronderstellen dat de goederenruimte X een Banach-

⁸ Banach heeft fundamentele bijdragen geleverd tot de functionaalanalyse. In het bijzonder G. Debreu heeft bij deze ontwikkeling in de wiskunde aangeknoopt. (Debreu, 1983). Tegenwoordig wordt in de wiskundige economie vooral gebruik gemaakt van functionaalanalyse bij het ontwerpen van algemene evenwichtsmodellen van het prijsmechanisme (Hildenbrand en Mas-Colell, 1986; Negishi, 1994; Mas-Colell en Zame, 1991, pp. 1835-1899; Stokey en Lucas, 1989; McKenzie, 2002).

ruimte is, waarvan de punten combinaties van goederenhoeveelheden voorstellen. Het economisch universum bestaat uit individuen, die we consumenten en producenten noemen. Deze rollen sluiten elkaar niet uit. De consumenten kiezen goederencombinaties uit een deelverzameling C van X . Zij maximeren ieder op eigen wijze het subjectieve nut dat zij aan de goederencombinaties ontleen. De producenten maken de goederen. Zij kiezen uit een deelverzameling Q van X , technisch mogelijke combinaties. Voor elke consument is er een goederencombinatie, waaraan boven alle andere combinaties de voorkeur wordt gegeven en die de producenten kunnen voortbrengen. Als de producenten dit productiepakket maken, is de combinatie van consumptie en productie Pareto-optimaal. Deze economie bevindt zich in een Pareto-optimum. Let wel, *hoe* deze situatie wordt bereikt blijft in het midden.

Wij voeren nu de duale ruimte X^* van X in van alle continue lineaire functionalen op X . Deze functionalen weerspiegelen een lineair prijsstelsel. Een combinatie van een allocatie en een lineair prijsstelsel is een concurrentie-evenwicht als bij dezelfde prijzen de consumenten hun nut en de producenten hun winst maximeren. De allocatie is dan Pareto-optimaal. Omgekeerd geldt onder ruime voorwaarden, in het bijzonder de convexiteit van de verzamelingen C en Q , dat elk Pareto-optimum door een geschikte keuze van het lineaire prijsstelsel correspondeert met een concurrentie-evenwicht. Deze generalisatie van een bekend welvaartstheoretisch inzicht in een euclidische ruimte vergt het toepassen van het Hahn-Banach-scheidingstheorema voor convexe verzamelingen in een Banach-ruimte.

4 Pareto-optimaliteit

In de geschetste abstracte situatie mogen de aantallen goederen oneindig groot zijn. Overeenkomstig de theorie van Lancaster worden de goederen in ruime zin opgevat als bundels karakteristieken, waarop de nutsfuncties worden gedefinieerd (Lancaster, 1970, 1991). Belangrijke karakteristieken zijn de plaats en het tijdstip van beschikbaarheid van de goederen in enge zin. Nutsfuncties mogen van consument tot consument en winstfuncties van producent tot producent verschillen. Naast huidige kunnen toekomstige generaties consumenten en producenten worden onderkend. De welvaart van toekomstige generaties consumenten kan binnen het gezichtsveld van de paretiaanse welvaarts-

theorie worden gebracht door mijn identificatiepostulaat. Door te veronderstellen dat de nu levende consumenten zich identificeren met hun kinderen en kleinkinderen, wordt de huidige allocatie mede bepaald door de veronderstelde behoeften van onze nakomelingen tot in lengte van jaren (Heertje, 1990, p. 51). Onzekerheid kan worden verwerkt. In al deze varianten kan een Pareto-optimale allocatie, een Pareto-optimum worden vastgesteld.

5 Ricardo, Marx en Sraffa

De analytische draagwijdte van Pareto-optimaliteit kan nog verder worden verdiept. Prijssystemen opvatten als continue, lineaire functionalen op de Banach-ruimte van de goederen laat verscheidene interpretaties toe. In de economie wordt meestal geredeneerd vanuit de veronderstelde werkelijkheid van volkomen concurrentie. Die marktform levert een vector van voor consumenten en producenten gegeven marktprijzen op. Nemen wij echter het abstracte schema als uitgangspunt, dan kan de lineaire functionaal worden opgevat als representant van alle reproductieprijsen. Deze prijzen hebben de eigenschap de productieprocessen van de producenten te reproduceren. Ze zijn dan gelijk aan de reproductiekosten van de goederen. Ze zijn evenzeer onderdeel van het eerder geformuleerde, abstracte concurrentie-evenwicht, dat dan beter reproductie-evenwicht kan worden genoemd.⁹ Het samenvallen van het reproductie-evenwicht met Pareto-optimaliteit blijft onaangeroerd.

Het belangwekkende van deze zienswijze is dat de jaren voortdurende strijd tussen de neoklassieken en neocardianen, ook wel neomarxisten of sraffianen, wordt herleid tot een discussie over de keuze van een positieve, lineaire functionaal op de goederenruimte. Een discussie, die in de gekozen overkoepelende context veel van haar beteke-

⁹ Het idee het economisch proces op te vatten als een systeem van reproductie blijft ook in de moderne economie de gemoederen bezighouden. Vooral de interpretatie die P. Sraffa (Sraffa, 1960) heeft gegeven van het werk van Ricardo, is voor deze ontwikkeling beslissend geweest. In zijn uitwerking zorgen de reproductieprijsen van de reproduceerbare goederen voor de identieke herhaling van de kringloop van productie en consumptie, indien wordt afgezien van technische ontwikkeling. Deze visie staat tegenover "... the view presented by modern theory, of a one-way avenue that leads from factors of production to consumption goods" (Sraffa, 1960, p. 93).

nis verliest. Ricardo zelf, die in zijn *Principles* naast elkaar marktprijzen en natuurlijke of reproductieprijsen hanteerde, is zo beschouwd een klassieke econoom, die zich *avant la lettre* in een duale Banach-ruimte van lineaire functionalen waande en daaruit de voor zijn visie op het economisch proces geschikte specificatie koos, het nageslacht in de greep van verwarring latend.

Er is nog een derde interpretatie denkbaar. Eén van de producenten, bijvoorbeeld nummer één, neemt het op zich een prijssysteem vast te stellen dat het Pareto-optimum oplevert. Deze nummer één noemen wij een verlicht despoot. Een verlicht despoot is een individu dat in een Banach-goederenruimte met een convexe deelverzameling C waaruit de consumenten kiezen, een Pareto-optimum bewerkstelligt. Het Pareto-optimum valt samen met een verlicht-despoot-evenwicht. Met het oog op de afronding van mijn afscheidscollege waarschuw ik u dat in de boze wereld van elke dag vele niet-verlichte despoten worden aangetroffen.

6 Niet-reproduceerbare goederen

De goederenruimte Q bestaat uit reproduceerbare goederen. Daarnaast kan een vectorruimte N , voortgebracht door niet-reproduceerbare goederen worden onderkend. Het ligt voor de hand de directe som van C en N te beschouwen, omdat het de consumenten zijn die kiezen uit de verzameling niet-reproduceerbare goederen. De producenten kunnen deze immers niet voortbrengen. Het voordeel van deze zienswijze is dat een nutsfunctionaal moet worden ingevoerd op de verzameling N , die de betekenis weerspiegelt die de consumenten hechten aan deze goederen. Deze betekenis schuilt vooral in de wens van de consumenten deze goederen te bewaren, in beginsel tot in eeuwigheid. Daaraan kan de suggestie worden ontleend dat de nutsfunctie de goederenruimte afbeeldt in een meer-dimensionale ruimte.

7 Virtuele goederen

De goederenruimte Q bestaat uit goederen, die worden geproduceerd met een gegeven technologie. Wederom is uitbreiding mogelijk. Wij kunnen een verzameling V van virtuele goederen onderkennen. Deze goederen zijn de vrucht van input van research en ontwikkeling op een

onbestemde termijn en hebben lange tijd een onbestemd karakter. De goederenruimte van de producenten is nu de directe som van de verzameling van bestaande goederen Q en de verzameling van virtuele goederen V . Om de allocatie van de productiemiddelen met het oog op virtuele goederen die productinnovaties vertolken in het ontvouwde theoretische schema op te nemen, voeren we een verwachte nutsfunctie in, gedefinieerd op de verzameling van virtuele goederen, waarmee de goederenruimte C van de consumenten wordt uitgebreid (Heertje, 1995). Daardoor is er een Pareto-optimale allocatie, die thans bestaande en virtuele goederen omvat. Uit een oogpunt van de consumenten zijn er Pareto-optimale zoekbedragen die door de producenten aan research worden besteed. Deze zoekbedragen zijn opgenomen in de prijzen die de consumenten voor de bestaande goederen betalen. Bij elke prijs is een zoekbedrag inbegrepen voor elke consument. De prijzen weerspiegelen de bereidheid van de consumenten Pareto-optimale bedragen te betalen voor het perspectief dat het voortschrijden van de techniek nieuwe goederen oplevert, bijvoorbeeld in de medische sfeer. Op de Banach-goederenruimte kan weer een positieve, lineaire functionaal worden gedefinieerd, die het aangepaste prijssysteem weerspiegelt, zodat deze versie van het concurrentie-evenwicht correspondeert met het Pareto-optimum.

8 Nutsfuncties en rationaliteit

Omtrent de nutsfuncties die de goederencombinaties uit de deelverzameling C van de Banach-ruimte X afbeelden op de verzameling van reële getallen, R , kan nog het volgende worden opgemerkt. Met het idee dat deze nutsfuncties deel uitmaken van het schrale mensbeeld, dat economen sinds Adam Smith zouden hanteren, heeft Hennipman in een lijvig boekwerk al meer dan 60 jaar geleden afgerekend (Hennipman, 1945) Wie meent dat de karikatuur van de *homo economicus* hand in hand met de rationeel handelende mens van het toneel verdwenen is, komt bedrogen uit. Deze vertekening van de economische wetenschap is levendiger dan ooit, hoewel geen van de papegaai-achtige geleerden die deze voorstelling uitdragen een passage uit de literatuur kan noemen die deze zienswijze ook maar bij benadering rechtvaardigt. De grote economen zijn altijd uitgegaan van de mensen zoals ze zijn; het subjectivisme brengt met zich dat de mensen handelen zoals zij

handelen. De economische wetenschap schrijft geen gedrag voor. De veronderstelling dat consumenten hun nut maximeren maakt van geen enkel individu een mechanisch handelend apparaat op grond van monetaire calculaties.

Niettemin wordt tegenwoordig door sommigen triomfantelijk van irrationeel gedrag van consumenten gewag gemaakt, dat afwijkt van een vermeend rationeel gedrag, waarvan de economische theorie zou uitgaan. Meestal beroepen de betrokkenen zich op empirisch onderzoek, waaruit blijkt dat de respondenten reageren op de volgorde van de vragen, de beschrijving van alternatieven, de waardering van waarschijnlijkheden en de inkleding van risico's. Vervolgens komen de psychologen het toneel op, die mededelen dat de mens een vat is vol tegenstrijdigheden, emoties, driften, motieven en agressie, die zich zelden of nooit door de ratio laat leiden. Het moge zo zijn, het is geen reden voor de eerder vermelde verstandige economen de nutsfunctie als analytisch instrument ten behoeve van het beschrijven van de economische aspecten van het gedrag van de consumenten op te geven. Immers, de specificatie van de nutsfunctie reageert op alle mogelijke gedragingen die men uit de psychologie aanreikt. De Nobelprijs voor de Israëliër Kahneman in 2002 is geen bekroning van een paradigmaverschuiving, zoals sommigen menen,¹⁰ doch het erkennen van het bestaan van gecompliceerde nutsfuncties, indien subjecten met onzekerheid worden geconfronteerd bij het nemen van beslissingen. Er is geen enkele

¹⁰ Het artikel van Daniel Kahneman en Amos Tversky in *Econometrica* van maart 1979 (Kahneman en Tversky, 1979) ontwikkelt een alternatieve beschouwingwijze voor het gedrag van subjecten, die beslissen in situaties van onzekerheid. Deze zogenaamde 'prospect theory' berust op andere veronderstellingen dan de 'expected utility theory'. In feite gaat het om een discussie over de psychologische karakteristieken van menselijk gedrag. Wiskundig gaat het echter steeds om verfijningen van de (subjectieve) nutsfunctie, zoals de veronderstelling dat subjecten bij perspectief op winst risicomijdend en bij het vooruitzicht van verlies geneigd zijn risico te nemen. In de literatuur is het misverstand ontstaan dat de traditionele theorie uitging van een rationeel handelend subject, dat onder alle omstandigheden uit is op eigen maximaal voordeel in financiële zin. Hoewel dat mensbeeld nergens in de economische literatuur wordt aangetroffen, hanteren thans velen deze fictie van het in de economie veronderstelde gedrag (Tsakalotos, 2005). Vervolgens zetten zij zich daar tegen af en proclameren een revolutie in de economische theorie, die wortelt in het werk van Kahneman.

aanleiding de verzameling nutsfunctionalen te verdelen in een klasse A die rationeel en een klasse B die irrationeel gedrag beschrijft. Sterker nog, het is onmogelijk omdat telkens wordt aangeknoopt bij de subjectieve beleving van de goederen en diensten en bij de subjectieve beoordeling van de ongewisse omstandigheden, die op het nut of de behoeftebevrediging van invloed zijn (Kurz, 1996). Het belangrijke werk van Kahneman is evenmin reden, zoals onder anderen door B. Frey wordt bepleit (Frey en Stutzer, 2002), de economische wetenschap uit te breiden met het bestuderen van geluk, voorzover een toestand van gelukzaligheid niet afhankelijk is van het omgaan met schaarse middelen. De economische wetenschap is geen integrale, sociale wetenschap, doch een wetenschap die slechts een aspect van menselijk gedrag bestudeert, het aspect dat na het onbedoelde toeval van de big bang (Bais, 2005), sinds de zondvloed in het veronderstelde paradijs, samenhangt met de fundamentele schaarste, die uiteindelijk berust op de eindigheid van het menselijk leven (Broekman, 2005, pp. 148-152). De methodologische misverstanden ontstaan door het welvaartsbegrip te beperken tot financiële of cijfermatige voorstellingen, miskennend dat welvaart in de theoretische economie betrekking heeft op de subjectieve behoeftebevrediging van consumenten van nu en straks. Alle aspecten van geluk die wel afhankelijk zijn van de aanwending van schaarse middelen, zijn begrepen onder dit (ruime) welvaartsbegrip (Wolfson, 2005, p. 71). Deze beschouwingswijze klemmt te meer nu de neurobiologie leert dat de zogenaamde mentale processen moeten worden herleid tot biologische acties en chemische reacties (Camerer, Loewenstein en Prelec, 2004; Lamme, 2006). Verliefdheid is dan een soms hardnekkige gemoedstoestand, die berust op een onbedoelde natuurkundige ontsporing van de chemische binding (Bickelhaupt en Barends, 2000). Het blijft niettemin aardig als het u overkomt.

9 Conclusies

Welke conclusies kunnen worden getrokken? In de eerste plaats is Pareto-optimaliteit een belangwekkende theoretische constructie, omdat in zeer uiteenlopende statische en dynamische situaties wordt beschreven welke allocatie van de schaarse middelen uit een oogpunt van de consumenten van nu en straks bij een gegeven inkomensverdeling de behoeftebevrediging maximeert. Het subjectieve en politieke

karakter van de waarderingsoordelen omtrent de inkomensverdeling blokkeert de mogelijkheid voor de theoretische economie de Pareto-optima te rangschikken (Johansson, 1991, p. 21).

In de tweede plaats is aanstonds duidelijk dat Pareto-optimaliteit een toestand beschrijft die feitelijk niet wordt bereikt. Als de consumenten over onvolledige of gebrekkige informatie beschikken, wordt het verwezenlijken van een Pareto-optimale allocatie een illusie. Als het bereiken van een Pareto-optimum afhankelijk is van de werking van de markt als institutie, zijn monopolioïde markt vormen een sta-in-de-weg, omdat producenten de macht hebben niet Pareto-optimale prijzen te kiezen. Een dergelijk prijssysteem is niet begrepen in de duale Banach-ruimte van lineaire functionalen. Het marktmechanisme kan voorts gebreken vertonen uit een oogpunt van het aantal markten. Markten kunnen ontbreken of incompleet zijn, waardoor consumenten hun wensen gestuit zien.¹¹ Voorts weerspiegelen markten niet alle paretiaanse welvaartseffecten. De externe effecten van consumptie en productie worden niet of niet zonder meer weerspiegeld in de prijzen. Zuiver collectieve goederen, waaraan de consumenten evenzeer nut ontleen, kunnen per definitie niet door de markt worden voortgebracht. Bij deze beknopte opsomming zie ik nog af van allerlei wiskundige verfijningen, waaraan nutsfuncties en de verzamelingen waarop ze zijn gedefinieerd moeten voldoen om Pareto-optimaliteit vast te stellen.

In de derde plaats komt in de werkelijkheid van alledag niet alleen de rol van de burger als consument aan de orde. Burgers treden ook op als werknemers, als ondernemers, als deelnemers aan het officieuze circuit, als ambtenaren en als politici. In al deze rollen hebben zij voorkeuren die van invloed zijn op de allocatie van de productiemiddelen. Rolbepaalde voorkeuren kunnen onderling tegenstrijdig zijn. Als con-

¹¹ De theorie over ontbrekende en incomplete markten is uitgebreid. Een ontbrekende markt is die van paraplu's voor het geval dat er op 1 januari 2010 sprake is van buitensporige regenval. Markten van financiële activa ontbreken veelal in eerste instantie, doch kunnen ontstaan door de verlaging van transactiekosten onder invloed van de informatietechnologie. Incomplete markten zijn een gevolg van het wenkend perspectief van de tijd en de daarmee verbonden onzekerheid. Zodra subjecten enigszins in het duister tasten, over onvolledige kennis beschikken, beperken zij hun transacties tot overzienbare handelingen (Hahn, 1989; Magill en Shafer, 1991; Magill en Quinzii, 1996).

sumenten willen de burgers dat de winkels dag en nacht open zijn, als werknemer en middenstander denken zij er anders over. De overheid, die in dit rollenspel een coördinerende taak heeft en ook zelf door politieke voorkeuren de allocatie beïnvloedt, kan niet uit de voeten met een paretiaanse welvaartstheorie, die de allocatie uitsluitend beschouwt uit een oogpunt van de preferenties van de consumenten. In de welvaarts-theorie is dan ook een tweede hoofdlijn te onderkennen, die aanknoopt bij de zogenaamde sociale welvaartsfunctie. De maatschappelijke welvaart hangt dan af van nader in te vullen factoren. Wordt aangeknoopt bij de preferenties van de burgers als consumenten, dan blijft de aggregatie in de buurt van de paretiaanse welvaartstheorie, maar het concept is ook geschikt om bijvoorbeeld de voorkeur van de vakbeweging voor werkgelegenheid een plaats te geven. De oordelen over de invulling van de sociale welvaartsfunctie zijn waarderingsoordelen van politieke en ethische aard. Enerzijds wordt in analytische zin de inkomensverdeling in de sociale welvaartsfunctie opgenomen vanwege de invloed op de maatschappelijke welvaart, anderzijds velt een overheid die de scheefheid van de verdeling wil verminderen een normatief oordeel. Zo beschouwd is het begrijpelijk dat de discussie over het vermeende normatieve karakter van de welvaartstheorie en Pareto-optimaliteit in de literatuur is ontstaan na de invoering van de sociale welvaartsfunctie (Hennipman, 1995, p. 61).

Tot zover is ongetwijfeld de indruk ontstaan dat de paretiaanse welvaartstheorie weliswaar een fraai theoretisch schema behelst, doch voor de praktijk betekenis mist. Niets is minder waar. Dat in de werkelijkheid om allerlei redenen de *feitelijke* allocatie niet aansluit bij de Pareto-optimale, die de voorkeuren van de consumenten weerspiegelt, brengt de paretiaanse welvaartstheorie in de positie van een analytisch instrumentarium dat als uitgangspunt dient voor het vergelijken van de Pareto-optimale allocatie met de werkelijke aanwending van de productiemiddelen in het economisch leven door toedoen van machtige ondernemingen, een sterke vakbeweging, actiegroepen en de publieke sector. In dit verband dient te worden overwogen dat Pareto-optimaliteit geen willekeurige analytische vergelijkingsmaatstaf is. Pareto-optimaliteit geeft dogmenhistorisch beschouwd uitdrukking aan de normatieve uitspraak van Adam Smith in de derde druk van zijn *Wealth of Nations*, "Consumption is the sole end and purpose of all production;

and the intent of the producer ought to be attended to, only so far as it may be necessary for promoting that of the consumer"¹² (Smith, 1784, II, p. 515).

10 Europees mededingingsbeleid

Nog op een ander, niet onbelangrijk gezichtspunt dient de aandacht te worden gevestigd. Wenden wij ons daartoe tot het Europese mededingingsbeleid. Wie kennis neemt van de bepalingen over de mededinging en de steunmaatregelen van staten in het Europese verdrag, merkt op dat er geen consistente visie aan de Europese regelgeving omtrent de concurrentie ten grondslag ligt.¹³ Met enige goede wil kan men een sociale welvaartsfunctie onderkennen, voorzover het gaat om productie respectievelijk groei, technische ontwikkeling, werkgelegenheid en het bevorderen van concurrentie. In het midden blijft of, en zo ja waarom, deze aspecten van belang zijn. Een dergelijk beeld rijst ook op uit de beschikbare literatuur (Hugues, 1987, pp. 551-552; Motta, 2004).

¹² Dit opmerkelijk citaat van Adam Smith gaat nog verder. Smith vervolgt: "The maxim is so perfectly evident, that it would be absurd to attempt to prove it. But in the mercantile system, the interest of the consumer is almost constantly sacrificed to that of the producer; and it seems to consider production, and not consumption, as the ultimate end and object of all industry and commerce." Ruim 200 jaar later kunnen wij deze inzichten van Adam Smith met vrucht voorhouden aan vele ondernemers in het bedrijfsleven, managers van financiële instellingen en beheerders in de publieke en semi-publieke sector.

¹³ In de artikelen 81 tot 90 van het Verdrag van Rome omtrent de regels voor de mededinging van ondernemingen en de steunmaatregelen van de staten komt de consument zijdelings ter sprake. (Europese Unie, 2003). Anders dan men zou verwachten is het beslissende oogmerk van de mededingingspolitiek niet het behartigen van de belangen van de consumenten van nu en straks. Volgens artikel 81, lid 3 kunnen bepalingen buiten werking worden verklaard die de concurrentie tussen ondernemingen beperken, indien sprake is van groei, van verbetering van de verdeling van goederen en van technische ontwikkeling, "mits een billijk aandeel in de daaruit voortvloeiende voordelen de gebruikers ten goede komt". Het behoeft daarom geen verwondering te wekken dat omtrent de taak van de mededingingspolitiek een zodanige verwarring bestaat dat ambtenaren en politici, niet zelden op grond van eigen, wisselende politieke voorkeuren en opinies, nu eens de nadruk op het ene en dan weer op het andere leggen.

Daarmede kom ik op de tweede reden waarom aan de paretiaanse welvaartstheorie grote praktische betekenis toekomt. Deze is gelegen in het scheppen van enige orde in het gefragmenteerde mededingingsbeleid, zowel op nationaal als op Europees niveau. Ik waag de hypothese dat het mededingingsbeleid uiteindelijk beoogt de welvaart van de consumenten van nu en straks te verhogen en Pareto-verbeteringen tot stand te brengen die in de richting gaan van Pareto-optimaliteit.

Ik ga een stap verder door de veronderstelling uit te spreken dat de huidige commissaris voor de Europese mededinging, mevrouw N. Kroes, blijkens haar publieke uitingen Pareto-optimaliteit tot norm voor haar beleid heeft verheven. Voor een politica is deze handelwijze niet strijdig met het analytische karakter van Pareto-optimaliteit. Het betekent eenvoudig dat de maatregelen die de Europese Commissie neemt op het terrein van de mededinging beslissend worden getoetst aan het verbeteren van de positie van de consument. Deze opvatting van het mededingingsbeleid houdt in dat aan andere overwegingen zoals de groei geen zelfstandige betekenis toekomt. Groei wordt gerechtvaardigd door de behoeftebevrediging van de consumenten. Dat moet ook wel, omdat anders het mededingingsbeleid zich enerzijds keert tegen machtsposities van ondernemingen en deze anderzijds in stand houdt vanwege een positief groei-effect.

Als Pareto-optimaliteit voor de Europese consumenten van nu en straks het finale oogmerk is van het Europese mededingingsbeleid, kan het bevorderen van innovatie in dit oogmerk worden betrokken door de welvaartseffecten voor de consumenten te onderkennen. Productinnovaties als gevolg van fundamenteel en toegepast onderzoek voorzien in verwachte behoeften van consumenten. Bij procesinnovaties is de toets of deze direct aansluiten bij de nutsfuncties van de consumenten, dan wel uitsluitend de winstgevendheid van de ondernemingen bevorderen, bijvoorbeeld omdat mogelijke prijsdalingen niet worden doorgegeven.

De kwalitatieve kanten van de werkgelegenheid kunnen evenzeer binnen het gezichtsveld van de paretiaanse welvaartstheorie worden getrokken door in de arbeid niet alleen een productiefactor, maar ook een consumptiegoed te zien. Werknemers, in het bijzonder vrouwen, ontwikkelen in toenemende mate voorkeuren omtrent de arbeid die zij willen verrichten, alsof zij een consumptiegoed aanschaffen. In die hoedanigheid brengen zij tot uitdrukking met wie, waar, in welke perioden en hoe lang zij willen werken. Wordt deze zienswijze aanvaard, dan

kan het mededingingsbeleid worden ingezet om de kwaliteit van de arbeid in de ogen van de werknemer respectievelijk consument te verbeteren.

11 Slot

Om allerlei redenen wijkt in de werkelijkheid de aanwending van de schaarse productiemiddelen bij een gegeven inkomensverdeling af van de Pareto-optimale die de allocatie verbindt met de behoeftebevrediging die de voortbrenging van goederen en diensten, het behouden van overgeleverde natuur en cultuur en de arbeid, de consumenten oplevert. Aan die omstandigheid ontleent de paretiaanse welvaartstheorie zowel haar analytische als haar economisch-politieke betekenis. Aard en oorzaken van de verschillen kunnen systematisch in kaart worden gebracht. Zo kan het optreden van de vakbeweging ter bescherming van de belangen van de werknemers botsen met de wensen van de burgers als consument. Vervolgens kan worden onderzocht welke krachten in de samenleving vanzelf drijven in de richting van Pareto-verbeteringen. Een daarvan is de drang naar openheid en het democratiseren van kennis en informatie. De ketenomkering die internet teweegbrengt in de verhouding van consument en producent is een Pareto-verbetering, omdat de allocatie zich daadwerkelijk voegt naar de wensen van de consument. De te verwachten voortgaande daling van de transactiekosten van de communicatie door de informatietechnologie, versterkt in een globaliserende wereldeconomie de machtspositie van de consumenten van nu en straks (Varian, Farrell en Shapiro, 2004; Van den Berg, 2006). In breder verband maakt de netwerkeconomie deel uit van het inzicht dat veel verschijnselen uit het economisch en maatschappelijk leven, alsmede uit de levende natuur, kunnen worden herleid tot netwerken (Barabasi, 2003).

Voorzover door machtsposities aan de kant van de ondernemingen of door nationalistisch gedrag van soevereine staten Pareto-optimaliteit niet uit de natuur komt, kan het mededingingsbeleid worden ingezet. De hypothese dat het Europese mededingingsbeleid Pareto-optimaliteit als norm hanteert, houdt in dat concurrentie en staatssteun uitsluitend worden beschouwd uit een oogpunt van de belangen van de consumenten. Die zienswijze brengt niet alleen helderheid in de besluitvorming met zich, maar ook inzicht in de beweegredenen voor het afwijken van

deze gedragslijn, bijvoorbeeld om redenen van Europese veiligheid.

Wij bereiken deze verstrekkende slotsom door te vertrekken van een abstracte structuur en door van de eenzijdigheid van de paretiaanse zienswijze – alleen de consument telt in het allocatiespel – een deugd te maken, een werkwijze die haaks staat op de economische wetenschap, die de Pareto-optimaliteit als onrealistisch terzijde schuift in het voet-spoor van de kritiek op de theorie van het algemene evenwicht.

Kortom, niets is zo ontroerend praktisch als vergaande abstractie.

12 Ten slotte

De oraties van de laatste jaren leren dat vakinhoud terrein verliest aan dankwoord. Hun verhouding nadert de 20/80-regel: 20 procent aan inhoud, 80 procent dankwoord. Opmerkelijk is dat deze verhouding ook in het voortgezet onderwijs wordt aangetroffen. Daar slaat deze op 20 procent aan inhoud en 80 procent aan sociale en seksuele vaardigheden.

Aan de hausse in uitdijende dankwoorden lever ik geen bijdrage. Mijn broer en ik gedenken hier slechts onze ouders, die op 17 november 1942 de moed en de mogelijkheid hadden dankzij enkele dapperen hun drie kinderen afzonderlijk te laten onderduiken. Op 5 mei 1945 waren wij er met ons vijven toch nog. Het was niet de bedoeling.

Ik heb niet te veel gezegd.

Auteur

Arnold Heertje was tot 3 mei 2006 aan de Faculteit der Economische Wetenschappen en Econometrie van de Universiteit van Amsterdam verbonden als buitengewoon hoogleraar. Prof. dr. A. Heertje, Universiteit van Amsterdam, Faculteit Economie en Bedrijfskunde, Roetersstraat 11, 1018 WB Amsterdam, E-mail: joab@heertje.nl.

Literatuur

- Arrow, K.J. en Debreu, G. (1954), Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy, *Econometrica*, pp. 265-290.
- Arrow, K.J. en Hahn, F. (1971), *General Competitive Analysis*, San Francisco, Holdenday.
- Aumann, R.J. (1964), Markets with a Continuum of Traders, *Econometrica*, pp. 39-50.
- Bais, S. (2005), *De Natuurwetten*, Amsterdam, Amsterdam University Press.
- Barabasi, A.-L. (2003), *Linked*, Londen, Penquin Books.
- Bickelhaupt, F.M. en Baerends, E.J. (2000), Kohn-Sham Density Functional Theory: Predicting and Understanding Chemistry, *Reviews in Computational Chemistry*, New York, John Wiley.
- Blaug, M. (1980), *The Methodology of Economics*, Cambridge, Cambridge University Press.
- Blaug, M. (2003), The Formalist Revolution of the 1950's, *Journal of the History of Economic Thought*, pp. 145-157.
- Border, K.C. (1985), *Fixed Point Theorems with Applications to Economics and Game Theory*, Cambridge, Cambridge University Press.
- Broekman, F. (2005), *Alle waar is naar zijn tijd*, Soesterberg, Uitgeverij Aspekt.
- Camerer, C.F., Loewenstein, G. en Prelec, D. (2004), Neuroeconomics: why Economics needs Brains, *The Scandinavian Journal of Economics*, pp. 555-581.
- Cournot, A.A. (1829), *Mémoire sur le mouvement d'un corps rigide, soutenu par un plan fixe*, Parijs, Librairie Classique de l'Hachette.
- Cournot, A.A. (1838), *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses*, Parijs, Hachette.
- Cournot, A.A. (1913), *Souvenirs*, Parijs, Hachette.
- Debreu, G. (1959), *Theory of Value. An Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium*, New Haven, Yale University Press.
- Debreu, G. (1983), *Mathematical Economics*, Cambridge, Cambridge University Press.
- Europese Unie (2003), Geconsolideerde verdragen, Luxemburg, *Europese Gemeenschappen*.
- Frey, B.S. en Stutzer, A. (2002), *Happiness and Economics*, Princeton, Princeton University Press.
- Hahn, F. (1989) (red.), *The Economics of Missing Markets, Information, and Games*, Oxford, Clarendon Press.
- Heertje, A. (1990), Groei en krimp bij duurzame ontwikkeling, welke kennis is nodig? *Preadvies voor de Koninklijke Vereniging voor de Staathuishoudkunde*, Leiden, Stenfert Kroese.
- Heertje, A. (1995), Observations on Technical Change and Paretian Welfare Economics, *De Economist*, pp. 379-418.
- Hennipman, P. (1945), *Economisch Motief en Economisch Principe*, Amsterdam, Noord-Hollandsche Uitgeversmaatschappij.

- Hennipman, P. (1995), Pareto optimality: value judgement or analytical tool? in *Welfare Economics and the Theory of Economic Policy*, onder redactie van Donald Walker, Arnold Heertje en Hans van den Doel, Aldershot, Edward Elgar.
- Hennipman, P. (1995), The reasoning of a great methodologist: Mark Blaug on the nature of Paretian welfare economics, in *Welfare Economics and the Theory of Economic Policy*, onder redactie van Donald Walker, Arnold Heertje en Hans van den Doel, Aldershot, Edward Elgar.
- Hildenbrand, W. (1973), *Core and Equilibria of a Large Economy*, Princeton, Princeton University Press.
- Hildenbrand, W. en Mas-Colell, A. (1986), *Contributions to Mathematical Economics, In Honour of Gérard Debreu*, Amsterdam, Noord-Holland.
- Hughes, A. (1987), Competition Policy, *The New Palgrave*, I, Londen, Mc Millan.
- Isnard, A.N. (1781), *Traité des Richesses*, Lausanne, François Grasset.
- Jaffé, W. (ed.) (1965), *Correspondence of Léon Walras and Related Papers*, Amsterdam, North-Holland Publishing Company.
- Johansson, P. (1991), *An Introduction to Modern Welfare Economics*, Cambridge, Cambridge University Press.
- Kahneman, D. en Tversky, A. (1979), Prospect Theory: An Analysis of Decision Under Risk, *Econometrica*, pp. 263-292.
- Keynes, J.M. (1936), *The General Theory of Employment, Interest and Money*, Londen.
- Kurz/M. (1996), Rational Preferences and Rational Beliefs, in *The Rational Foundations of Economic Behaviour*, onder redactie van Kenneth J. Arrow, Enrico Colombatto, Mark Perlman en Christian Schmidt, Houndmills, McMillan Press, pp. 339-361.
- Lamme, V. (2006), De geest uit de fles, *Diesrede Universiteit van Amsterdam*, Amsterdam, Vossiuspers.
- Lancaster, K. (1970), *Variety, Equity and Efficiency*, Oxford, Basil Blackwell.
- Lancaster, K. (1991), *Modern Consumer Theory*, Aldershot, Edward Elgar.
- Magill, M. en Quinzii, M. (1996), *Theory of Incomplete Markets*, Cambridge, Mass., MIT Press.
- Magill, M. en Shafer, W. (1991), Incomplete Markets, in *Handbook of Mathematical Economics*, onder redactie van W. Hildenbrand en H. Sonnenschein, Amsterdam, Noord-Holland.
- Marshall, A. (1890), *Principles of Economics*, Londen, Mc Millan.
- Marx, K. (1867), *Das Kapital*, Hamburg, Verlag von Otto Meissner.
- Mas-Colell, A., Whinston, M.D. en Green, J.R. (1995), *Microeconomic Theory*, Oxford University Press.
- Mas-Colell, A. en Zame, W.R. (1991), Equilibrium Theory in Infinite Dimensional Spaces, in *Handbook of Mathematical Economics*, IV, onder redactie van W. Hildenbrand en H. Sonnenschein, Amsterdam, Noord-Holland.
- McKenzie, L.W. (2002), *Classical General Equilibrium Theory*, Cambridge, Mass. MIT Press.
- Mill, J.S. (1848), *Principles of Political Economy with some of their Applications to Social Philosophy*, Londen, John W. Parker.

- Motta, M. (2004), *Competition Policy, Theory and Practice*, Cambridge, Cambridge University Press.
- Nash, J. (1951), Non-cooperative Games, *Annals of Mathematics*, pp. 286-295, herdrukt in Nash, J (1996), *Essays on Game Theory*, Cheltenham, Edward Elgar.
- Negishi, I. (1994), *General Equilibrium Theory, The Collected Essays of Takishi Negishi*, Aldershot, Edward Elgar.
- Ricardo, D. (1817), *On the Principles of Political Economy, and Taxation*, Londen, John Murray.
- Smith, A. (1776), *An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations*, Londen, W. Strahan en T. Cadell.
- Smith, A. (1784), *An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations*, derde druk, deel II, Londen, W. Strahan en T. Cadell.
- Staffa, P. (1960), *Production of commodities by means of commodities, Prelude to a critique of Economic Theory*, Cambridge, Cambridge University Press.
- Stiglitz, J.E. (2003), Information and the Change in the Paradigm in Economics, in *Economics for an Imperfect World, Essays in Honour of Joseph E. Stiglitz*, onder redactie van R. Arnott, B. Greenwald, R. Kanbur en B. Nalebuff, Cambridge, Mass., MIT Press.
- Stokey, N.L. en Lucas, R.E. (1989), *Recursive Methods in Economic Dynamics*, Cambridge, Mass., Harvard University Press.
- Tsakalotos, E. (2005), *Homo Economicus and the reconstruction of political economy: six theses on the role of values in economics*, *Cambridge Journal of Economics*, pp. 893-909.
- Van den Berg, G.J. (2006), Revolutionary Effects of New Information Technologies, *The Economic Journal*, pp. F10-F29.
- Van den Berg, R. (2006), *At the Origins of Mathematical Economics, The economics of A.N. Isnard (1748-1803)*, Abingdon, Routledge.
- Varian, H.R., Farrell, J. en Shapiro, C. (2004), *The Economics of Information Technology*, Cambridge, Cambridge University Press.
- Velupillai, K.V. (2005), The unreasonable ineffectiveness of mathematics in economics, *Cambridge Journal of Economics*, pp. 849-873.
- Von Neumann, J. (1932), *Mathematischen Grundlagen der Quantenmechanik*, Berlijn, Verlag von Julius Springer.
- Von Neumann, J. (1937), Über ein Ökonomisches Gleichungssystem und eine Verallgemeinerung des Brouwerschen Fixpunktsatzes, *Ergebnisse eines Mathematischen Kolloquium*, pp. 73-83, in het Engels herdrukt, A Model of General Economic Equilibrium, *Review of Economic Studies*, 1945, pp. 1-9.
- Von Neumann, J. en Morgenstern, O. (1944), *The Theory of Games and Economic Behaviour*, New York, Wiley.
- Wald, A. (1936), Über einige Gleichungssysteme der Mathematischen Ökonomie, *Zeitschrift für Nationalökonomie*, pp. 637-670.
- Walker, D.A. (1996), *Walras's Market Models*, Cambridge, Cambridge University Press.

- Walker, D.A. (1997), *Advances in General Equilibrium Theory*, The Hennipman Lectures, Cheltenham, Edward Elgar.
- Walras, L. (1874), *Éléments de l'Économie Politique Pure ou Théorie de la Richesse Sociale*, Lausanne, L. Corbaz.
- Wolfson, D.J. (2005), *Transactie als bestuurlijke vernieuwing* (Wetenschappelijke Raad voor het Regeringsbeleid, Verkenningen nr. 9), Amsterdam, Amsterdam University Press.