

Vijf argumenten voor veel wiskunde in het academische economieonderwijs (en vijf mogelijke tegenwerpingen)

Sander Onderstal

Een veelgehoorde klacht over het academische economieonderwijs in Nederland is dat studenten te veel wiskundige modellen voor de kiezen krijgen. De vraag is in hoeverre die kritiek terecht is. In dit artikel bespreek ik vijf argumenten waarom een stevige dosis wiskunde niet mag ontbreken in een academische economieopleiding. Tegelijkertijd plaats ik bij elk argument enkele kritische kanttekeningen. Uit mijn analyse concludeer ik dat een goede academische economieopleiding geen grote wiskundegereedheidskist behoeft.

Arrest this man; he talks in math – Radiohead

1 Inleiding

De economische wetenschap heeft een verbluffende verzameling rijke theorieën voortgebracht die soms belangrijke directe praktische toepassingen hebben (denk aan het ontwerp van veilingen of school-matching). Deze theorie is voornamelijk gebaseerd op wiskundige modellen. Het is daarom misschien niet verrassend dat in academische economieopleidingen toegepaste wiskunde uitgebreid aan de orde komt. Zo krijgen studenten Economie aan de UvA in hun opleiding een stevig pakket wiskundig gereedschap mee om economische vraagstukken te bestuderen: onder meer differentiaalrekening, optimalisatie zonder en met nevenvoorwaarden, integraalrekening, lineaire algebra, differentievergelijkingen en stelsels van differentievergelijkingen passeren de revue.

Een veelgehoorde kritiek op het moderne academische economieonderwijs is echter dat er te veel aandacht is voor wiskunde en te weinig voor het ontwikkelen van een gezonde economische intuïtie.¹ Die kritiek is overigens niet nieuw en wordt niet alleen geuit door een kleine groep heterodoxe economen. Zo stelde Alfred Marshall (1906) dat “*a good mathematical theorem dealing with economic hypotheses [is] very unlikely to be good economics*” om te vervolgen met een stappenplan voor gezonde economische analyse: “(1) *Translate [mathematics] into English; (2) Then illustrate by examples that are important in real life; (3) Burn the mathematics; (4) If you can’t succeed in 2, burn 1!*” Voor de economi-

¹ Zie bijvoorbeeld Engelen (2015), Hollanders (2015) en van Staveren (2016).

sche wetenschap lijkt me dit stappenplan nog steeds actueel, waarschijnlijk met uitzondering van stap 3.² Toegepast op het academische economieonderwijs zouden Marshalls gedachten als volgt geïnterpreteerd kunnen worden: We hoeven economiestudenten niet op te zadelen met wiskunde – de wetenschap heeft deze immers vertaald in begrijpelijke intuïtie ondersteund met voorbeelden uit het dagelijks leven (en empirisch onderbouwd).

In dit artikel bespreek ik vijf argumenten waarom een stevige dosis wiskunde niet mag ontbreken in een academische economieopleiding: Wiskunde is onontbeerlijk in het moderne academische economieonderwijs...

1. Om aansluiting te vinden bij de moderne economisch wetenschap.
2. Om te verifiëren of economische argumenten logisch consistent zijn.
3. Om studenten te trainen in abstract denken.
4. Om studenten voor te bereiden op een PhD.
5. Als *screening*- en *signaling*-instrument.

In de volgende paragrafen bespreek ik achtereenvolgens elk argument en plaats er telkens een aantal kanttekeningen bij.

2 Aansluiten bij de moderne economisch wetenschap

Sla een willekeurig economisch tijdschrift open en je zult zien dat de moderne economische wetenschap stevig gefundeerd is in wiskundige modellen. Dat was wel eens anders: Espinoza et al. (2012) tellen gemiddeld slechts vier wiskundige vergelijkingen per artikel in de periode 1895-1905 tegenover 70 in de periode 1996-2006. Studenten zouden de essentie van het moderne economische debat missen als ze niet goed getraind zijn in de wiskunde. Dit suggereert dat het essentieel is dat studenten de wiskunde achter economische modellen begrijpen. Bovendien ligt wiskunde aan de basis van statistische methoden en is een zekere wiskundige basis nodig om een macro-economisch simulatiemodel te bouwen.

Tegenargument. Bovenstaand citaat van Marshall biedt een mogelijk tegenargument: Een goede economische analyse, hoe wiskundig ook, vertaalt zich in een heldere intuïtie die te vatten is in natuurlijke taal. Het is daarom twijfelachtig of het zinvol is dat de docent de wiskunde in de collegezaal herkauwt als ze het economische inzicht ook in woorden kan uitleggen. De tijd die ze wint door het wiskundige model niet uit te pluizen kan ze vervolgens gebruiken om de analyse kritisch met de studenten te bespreken en om aandacht te besteden aan de empirische onderbouwing ervan. Ook voor statistische methoden volstaat mijn inziens een intuïtief begrip waarbij de docent de aandacht kan vestigen op achterliggende aannames en de interpretatie van statistisch toetsen.

² Klemperer (2003) past Marshalls (1906) gedachten toe op het ontwerp van licentievervingen. Hij geeft tegelijkertijd aan dat het verbranden van de wiskunde geen goed idee te vinden. De wiskunde stelt vakgenoten in staat de analyse te verifiëren en erop voort te bouwen.

Bovendien verschijnen er in de toptijdschriften steeds minder theoretische papers en neemt empirisch (en experimenteel) onderzoek daarin de overhand (Hamermesh 2013). Het lijkt mij zinvol in te spelen op die trend en economiestudenten meer te trainen in empirische methoden en minder te focussen op wiskunde. Met een goed gevulde empirische gereedschapskist zijn studenten zelf in staat inzichten uit de theorie te toetsen op praktische relevantie. Daarnaast leren ze zo ook empirisch onderzoek van anderen kritisch te beoordelen. Voor het bouwen van macro-economische simulatiemodellen volstaat typisch wiskunde op middelbare-schoolniveau, zodat ook daar de aandacht kan liggen op *learning-by-doing*.

Verder is de vraag in hoeverre toekomstige werkgevers van afgestudeerde economen kunnen profiteren van hun wiskundevaardigheden, met uitzondering van de economische faculteiten die op zoek zijn naar PhD-studenten (daarover meer in paragraaf 5). Volgens de website van de Universiteit van Tilburg vinden studenten vooral banen in de financiële sector, de *consultancy*, de financiële administratie en zakelijke dienstverlening, terwijl een aanzienlijk deel entrepreneur wordt. Op geen van deze posities spelen wiskundevaardigheden een grote rol.

3 Verifiëren logische consistentie

Zoals David Hollanders (2015) betoogt, is het voordeel van het gebruik van wiskunde in de economie dat “de gedachtenuitwisseling gestructureerd en gedisciplineerd wordt door het opleggen van interne consistentie. Een argument moet geformaliseerd worden voordat ze tot de discussie toegelaten wordt.” Ook aspecten als ongelijkheid, politiek, kuddegedrag, sociale preferenties en irrationeel gedrag, die typisch niet aan de orde komen in de standaardmodellen, kunnen bestudeerd worden aan de hand van wiskundige modellen (en dat gebeurt ook).

Tegenargument. Vaak is het voldoende de resultaten van de economische theorie tot zich te nemen zonder deze te kunnen afleiden. Denk bijvoorbeeld aan het “onzichtbare-handresultaat” van Arrow en Debreu (1954). Arrow en Debreu formaliseren in een algemeen-evenwichtsmodel het vermoeden van Adam Smith dat de welvaart in een markteconomie gemaximaliseerd wordt als alle individuen in een economie hun eigen belang nastreven. Het volledig begrijpen van het bewijs van Arrow en Debreu lijkt me voor weinig economiestudenten weggelegd. In plaats van aandacht te besteden aan het bewijs in de collegezaal lijkt het me vruchtbaarder dat de studenten het resultaat tot zich nemen en begrijpen onder welke voorwaarden het is afgeleid. Vervolgens kan de docent aandacht besteden aan de gevolgen van het loslaten van de voorwaarden om zo studenten vertrouwd te maken met mogelijke bronnen van marktfalen in markteconomieën.

De vraag is bovendien in hoeverre een student calculus nodig heeft om de logische consistentie van een economisch principe te verifiëren. Laat ik een voorbeeld uit mijn eigen col-

lege nemen. Daarbij trek ik direct het boetekleed aan: Ook ik maak gebruik van wiskunde die niet strikt noodzakelijk is om een economisch inzicht te illustreren. Het gaat om een huiswerkgave voor mijn tweedejaars vak Economie van Markten en Organisaties.³ Een samenvatting van de opgave staat hieronder. Met de opgave wilde ik de studenten de volgende twee economische inzichten bijbrengen: (1) een bedrijf kan prijsdiscrimineren tussen consumentengroepen zonder te weten tot welke groep de consument behoort; (2) consumenten kunnen hierdoor slechter af zijn (wat mogelijk overheidsingrijpen rechtvaardigt).

De opgave gaat over Pathé Unlimited. Bioscoopketen Pathé biedt klanten voor €19 een Pathé Unlimitedkaart, waarmee ze een maand lang onbeperkt naar de film kunnen. Omdat Pathé losse bioscoopkaartjes verkoopt voor €10,50 is zo'n kaart al snel aantrekkelijk voor mensen die wat vaker naar de bioscoop gaan.⁴ Tegelijkertijd meen ik me te herinneren dat in de jaren 1990 (toen ik studeerde) een bioscoopkaartje maar 9 gulden kostte (ongeveer €4). Zelfs rekening houdend met inflatie lijken bioscoopkaartjes dus een stuk duurder geworden. De vraag is daarmee of mensen die af en toe naar de bioscoop gaan het slachtoffer zijn van Pathé Unlimited. Mogelijk heeft Pathé de prijs van de bioscoopkaartjes verhoogd om Pathé Unlimited voldoende aantrekkelijk te maken. En hoe zit het met frequente bioscoopbezoekers. Zijn die eigenlijk wel beter af met de kaart?

De opgave laat zien dat Pathé de Unlimitedkaart kan inzetten om meer consumentensurplus naar zich toe te trekken zonder dat ze de verschillende consumentengroepen direct kan onderscheiden. De intuïtie is als volgt. Stel er zijn twee groepen klanten die Pathé niet kan onderscheiden: Arme mensen met veel vrije tijd (zoals de meeste studenten) en rijke mensen met weinig vrije tijd (zoals ik). Zonder Pathé Unlimited zal Pathé een lage prijs zetten om zo beide groepen te bedienen. Met Pathé Unlimited kan Pathé de prijs voor het losse bioscoopkaartje verhogen: De rijke mensen hebben zo weinig tijd om naar de bioscoop te gaan dat ze het losse bioscoopkaartje prefereren boven de Unlimitedkaart. Vervolgens kan Pathé het consumentensurplus afromen dat arme mensen krijgen als ze onbeperkt naar de bioscoop gaan. Ze zijn immers niet bereid de hoge prijs voor losse bioscoopkaartjes te betalen. De zelfselectie van de twee klantengroepen stelt Pathé zo in staat de winst te verhogen. Bovendien zijn alle klanten, rijk en arm, slechter af.

³De cursus is gebaseerd op mijn tekstboek, Onderstal (2014). De opgave illustreert tweede-orde prijsdiscriminatie wat bijvoorbeeld bestudeerd wordt in Pigou (1920) en Oi (1971) en wat uitgebreid aan bod komt in de meeste tekstboeken Micro-economie.

⁴Dit alles heb ik niet verzonnen: De prijzen komen van de website van Pathé.

Opgave: Pathé Unlimited

Stel dat Pathé twee soorten potentiële klanten heeft: filmjunks en mensen die slechts af en toe naar de film willen. Beide klantgroepen zijn even groot. Pathé kan (of mag) geen onderscheid maken tussen consumenten uit de twee groepen. Als Pathé bioscoopkaartjes verkoopt voor € p euro per stuk dan is de maandelijkse vraag van een filmjunk $D(p) = 8 - p$, terwijl de vraag van iemand die af en toe naar de film wil, gelijk is aan $d(p) = 2 - p/9$. Neem aan dat Pathé voldoende zaalcapaciteit heeft om aan de vraag te voldoen, zelfs als het bioscoopkaartjes gratis zou aanbieden. De marginale kosten zijn nul.

Vraag 1: Welke prijs maximaliseert de winst van Pathé?

Het antwoord is: € 4,50. (Omdat beide groepen even groot zijn en Pathé voldoende capaciteit heeft om aan alle vraag te voldoen, mag verondersteld worden dat beide groepen worden vertegenwoordigd door één consument. De vraag van beide consumenten kan worden opgeteld en met eenvoudige calculus kan de optimale prijs worden afgeleid.)

Vraag 2: Stel dat Pathé zowel losse kaartjes verkoopt als Pathé Unlimited aanbiedt. Voor hoeveel zal Pathé beide aanbieden om zijn winst te maximaliseren?

Het antwoord is: € 9 voor een regulier kaartje en € 32 voor Pathé Unlimited. (Stap 1 is het vermoeden dat filmjunks Pathé Unlimited aanschaffen en dat onregelmatige bezoekers losse kaartjes kopen. € 9 is de winstmaximaliserende prijs voor een los kaartje gegeven dat Pathé alleen onregelmatige bezoekers trekt. € 32 is precies het consumentensurplus dat filmjunks genieten als ze gratis naar de bioscoop kunnen. Tot slot moeten de incentive compatibility constraints geverifieerd worden: Filmjunks kopen inderdaad liever Pathé Unlimited dan losse kaartjes en onregelmatige bezoekers kopen liever losse kaartjes dan Pathé Unlimited.)

Vraag 3: Welk consumentengroep profiteert van Pathé Unlimited?

Het antwoord: Geen van beide. Filmjunks zijn slechter af, omdat Pathé dankzij Pathé Unlimited in staat is hun hele consumentensurplus af te romen. Onregelmatige bezoekers zijn slechter af omdat ze een hogere prijs per bioscoopkaartje betalen.

De vraag is echter: wat is de toegevoegde waarde van de calculus die nodig is om het vraagstuk op te lossen? Deze lijkt me laag. De intuïtie is namelijk ook helder als we de vraagfuncties uit de opgave vervangen door numerieke waarden. Stel: Arme mensen willen hooguit vijf maal in de maand naar de bioscoop en ze zijn maximaal bereid € 4 per film te betalen. Rijke mensen kunnen één avondje per maand vrijmaken voor een bioscoopbezoek en zij willen maximaal € 11 voor een kaartje betalen. Het is snel duidelijk hoe de vork in de steel zit. Als Pathé alleen losse kaartjes verkocht, zou het een prijs van € 4 zetten. Het verkoopt dan vijf kaartjes aan elke arme en één aan elke rijke. De totale winst is dan € 24 (maal het aantal klanten per groep). Als Pathé de prijs verhoogt naar € 11 per kaartje en tegelijkertijd Pathé Unlimited aanbiedt voor € 20 dan gaat de winst omhoog naar € 31. Het kan dus aantrekkelijk zijn voor Pathé om de prijs van het bioscoopkaartje aanzienlijk te verhogen en tegelijkertijd mensen onbeperkt toegang te geven voor een ogenschijnlijk lage prijs. Het is duidelijk dat alle klanten het nakijken hebben. Het voorbeeld bevat dus alle ingrediënten van de economische intuïtie zonder gebruik te maken van calculus (en geeft bovendien een mogelijke duiding van de empirie).

4 Training in abstract denken

Ook als de wiskunde niet direct nodig is om economische principes te doorgronden kan het toegevoegde waarde hebben in het curriculum omdat het studenten traint in abstract denken. Wil een kind leren lopen dan zal het eerst moeten leren kruipen, ook al zal het in de rest van zijn leven nog zelden kruipen. Zo zou ook een economiestudent beter in staat zijn complexe economische vraagstukken te doorgronden als ze wiskundige puzzels onder de knie hebben, ook al hebben ze geen wiskunde nodig om het vraagstuk te analyseren.

Tegenargument. Het is maar de vraag of studenten betere economen worden als ze vaardig zijn in wiskunde. Voor zover ik weet, is er geen empirisch bewijs voor deze stelling. Mocht een training in abstract denken daadwerkelijk bijdragen aan het vermogen van studenten om goede economische analyses te maken dan ligt het bovendien meer voor de hand dat studenten zich bekwamen in abstracte vaardigheden die inzetbaar zijn in hun werkzame leven (zoals financiële rekenkunde, statistiek of programmeren).

5 Opstapje PhD

Om met succes een proefschrift in de economische wetenschappen af te ronden, heeft een student een goed gevulde gereedschapskist aan wiskundige technieken nodig. Een academische opleiding economie zou er daarom niet aan ontkomen studenten op hoog niveau te trainen in de wiskunde en de toepassing ervan op economische vraagstukken.

Tegenargument. Slechts een fractie van de economiestudenten stroomt door naar een AiO-plek. Van de ongeveer 100 Masterstudenten die jaarlijks onze Masteropleiding *Eco-*

nomics afronden, gaan er gemiddeld maar een of twee een proefschrift schrijven. De instroomcijfers van het Tinbergen Institute (TI), waar de AiO's Economie van de EUR, de VU en de UvA worden opgeleid, laten een soortgelijk beeld zien. Van de 132 studenten die de afgelopen vijf jaar instroomden, heeft slechts de helft een economieopleiding genoten (de andere helft heeft onder meer econometrie, wiskunde, en natuurkunde gestudeerd). Van de 27 Nederlandse TI-studenten hadden er maar 12 alleen een economieachtergrond. Ik vraag daarom me af of het gerechtvaardigd is het curriculum te richten op deze kleine groep studenten. Het lijkt me zinvoller om studenten Economie die een academische carrière ambiëren naast hun reguliere programma een *Honours*- of Excellentieprogramma te bieden waarin ze op hoog niveau kwantitatieve vakken kunnen volgen.

6 *Screening en signaling*

In een wereld vol asymmetrische informatie kan een opleiding Economie met een stevige portie wiskunde de goede van de slechte studenten scheiden. In de eerste plaats kan de faculteit studenten met gebrekkige kwantitatieve mogelijkheden uitselcteren als ze struikelen over wiskundevakken. Zo moeten studenten Economie & Bedrijfskunde aan mijn faculteit slagen voor het eerstejaars vak Wiskunde om een positief bindend studieadvies te behalen. Door hierop te selecteren, voorkomt de faculteit dat studenten in een later stadium in de studie vastlopen op kwantitatieve vaardigheden. Een uitdagende opleiding trekt bovendien de beste leerlingen die van de middelbare school stromen. Dit is aantrekkelijk voor de universiteit omdat de kans relatief groot dat deze studenten een diploma halen. Ook kunnen goede studenten een positief effect hebben op de prestaties van hun medestudenten.⁵

Spence (1973) beargumenteert daarnaast dat studenten die een uitdagende studie hebben afgelegd een geloofwaardig signaal aan de arbeidsmarkt kunnen afgeven over hun bekwaamheid. De studie Econometrie die ik afgerond heb, is daar mogelijk een overtuigend voorbeeld van. Veel van mijn jaargenoten vonden een eerste baan in de ict, niet omdat ze tijdens de studie veel vaardigheden hadden opgedaan die direct van toepassing waren in een ict-baan, maar wel omdat ze geloofwaardig aan ict-bedrijven konden tonen dat ze sterk zijn in abstract denken. Als Economiestudenten alleen slagen als ze een aantal stevige wiskundevakken hebben afgerond, kunnen bedrijven en instellingen daaruit afleiden dat ze geschikte arbeidskrachten zijn.

Tegenargument. Het is maar de vraag of Wiskunde het meest geschikte vak is om zwakke studenten uit te selecteren. Een stevige selectie vroeg in de opleiding lijkt me inderdaad verstandig om studenten niet onnodig lang te laten voortmodderen in de studie. Het blijkt bovendien dat het resultaat voor Wiskunde een hoge voorspellende waarde heeft voor het verdere verloop van iemands studie. Tegelijkertijd vraag ik me af of dit een voldoende

⁵ De literatuur laat overigens geen eenduidig beeld zien van peer-effecten in het onderwijs. Zie Sacerdote (2014) voor een overzicht.

overtuigend argument is om stevig in te zetten op wiskunde. Andere kwantitatieve vakken zoals statistiek of econometrie zouden de selecterende rol ook kunnen spelen. Een mogelijk nog vruchtbaarder alternatief is selectie aan de poort op basis van de resultaten voor wiskundevakken op de middelbare school.

Verder verwacht ik niet dat de echte bollebozen koud of warm worden van de wiskunde die in het academische economieonderwijs wordt gedoceerd. Deze middelbare scholieren zullen zich eerder aangesproken voelen door studies als Wiskunde, Technische Natuurkunde of Econometrie.

Tot slot betwijfel ik of instellingen en bedrijven veel waarde hechten aan mensen die abstract kunnen denken op het niveau waarop onze studenten wiskunde gedoceerd krijgen. Dat gaat misschien op voor studies als Wiskunde, Technische Natuurkunde of Econometrie, maar vermoedelijk niet voor Economie.

7 Conclusie

In dit artikel heb ik vijf argumenten op een rij gezet waarom het zinvol kan zijn economen vertrouwd te maken met het toepassen van wiskundige gereedschap. Bij elk argument heb ik vervolgens mogelijke tegenargumenten geponeerd.

Op grond van mijn analyse concludeer ik dat een goede academische economieopleiding geen grote wiskundegereedschapskist behoeft. Alle vijf argumenten worden wat mij betreft overtuigend verworpen. De docent kan de wiskunde dus met gerust hart “verbranden” zoals Marshall suggereert in zijn stappenplan voor goede economische analyse. In de collegezaal kan ze economische modellen beter in woorden of aan de hand van figuren bespreken om de theorie vervolgens te illustreren aan de hand van praktische voorbeelden en empirisch onderzoek. Met het oog op de arbeidsmarkt kunnen studenten bovendien beter getraind worden in empirische methoden dan in het uitwerken van wiskundige modellen. Het handjevol studenten dat een academische carrière ambieert, kan naast hun reguliere programma een *Honours*- of Excellentieprogramma geboden worden om hen te trainen in de benodigde kwantitatieve vaardigheden.

Auteur

Sander Onderstal (e-mail: A.M.Onderstal@uva.nl) is universitair hoofddocent aan de Universiteit van Amsterdam.

Referenties

- Arrow, K.J. en G. Debreu, 1954, Existence of an equilibrium for a competitive economy, *Econometrica*, vol. 22: 265-290.
- Engelen, E., "Komt een topeconoom op tv...", *Me Judice*, 6 oktober 2015.
- Espinoza, M., C. Rondon en M. Romero, 2012, The use of Mathematics in economics and its effect on a scholar's academic career, MPRA Paper 41363.
- Hamermesh, D.S., 2013, Six decades of top economics publishing: Who and how?, *Journal of Economic Literature*, vol. 51(1): 162-172.
- Hollanders, D.A., Academisch economieonderwijs en de zoektocht naar relevantie, *Me Judice*, 5 oktober 2015.
- Katzner, D.W., 2003, Why mathematics in economics?, *Journal of Post Keynesian Economics*, vol. 25(4): 561-574.
- Klemperer, P., 2003, Using and abusing economic theory, *Journal of the European Economic Association*, vol. 1(2-3): 272-300.
- Marshall, A., 1906, Letter to A. Bowley, February 27, 1906, in: A. Pigon (ed.), *In Memorials of Alfred Marshall*, London: Macmillan.
- Oi, W.Y. 1971, A Disneyland dilemma: two-part tariffs for a Mickey Mouse monopoly, *Quarterly Journal of Economics*, vol. 85(1): 77-96.
- Onderstal, S., 2014, *Economics of Organizations and Markets*, Pearson, Amsterdam
- Pigou, A.C., 1920, *The Economics of Welfare*, New York: Macmillan; St. Martin's Press.
- Sacerdote, B., 2014, Experimental and quasi-experimental analysis of peer effects: two steps forward?, *Annual Review of Economics*, vol. 6(1): 253-272.
- Spence, M., 1973, Job market signaling, *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 87(3): 355-374.
- Staveren, I.P. van, 2016, *Wat wij kunnen leren van economen die (bijna) niemand meer leest*, Amsterdam: Boom.